

平成 31 年度（令和元年度）指定スーパーサイエンスハイスクール

SS 数学 S 課題研究

愛知県立旭丘高等学校

はじめに

愛知県立旭丘高等学校は、令和元年度（平成 31 年度）から、スーパーサイエンスハイスクール（SSH 校）の指定を受けています。研究開発課題は「イノベーションを創出し、トップリーダーとして日本の将来を拓き、世界を牽引する科学技術人材の育成」とし、第 1 学年では数学・理科で SS 科目を設定し、課題研究基礎の授業を設け、研究開発課題の達成に向かって取り組んでいます。SS 科目では「科学的探究を深く行う最高レベルの学問的能力・叡智（ソフィアとする）の獲得を目指した教育課程を研究開発する」を目的としています。

本冊子は、数学の SS 科目である「SS 数学 S」の課題研究の生徒作品を掲載致しました。掲載作品は、12 月に課題設定した個人探究学習で、パソコン・タブレットなどの電子機器を用いてグラフや図形を描き、考察したものです。冬休みの期間を中心に調査・探究したものを、1 月上旬の授業で、発表し合い評価し合った作品のうち、生徒や教員の評価の高かったものです。

作品の中には、手書きのものもあり、ページ数も様々で、形式が整っておらず、また内容も十分とはいえませんが、SSH 初年度の取組として、各クラス 2 作品～4 作品を冊子のなかにまとめました。

ご覧いただき、ご感想やご助言をいただけると幸いです。

愛知県立旭丘高等学校

第 1 学年 SS 数学 S 授業担当一同

もくじ

1	はじめに	1
2	生徒作品	
101	組	
1)	簡単そうで難しい問題をいじってみる	2
2)	オイラー円について	5
3)	クローゼットの折り戸の通過面積を求める	10
4)	奇跡シュートの軌跡	11
102	組	
5)	清宮(Seimiya)の定理を描く	19
6)	ベジェ曲線を用いたグラフィアート	21
7)	関数の動き	23
103	組	
8)	三角形と四心	25
9)	家を設計図からアプリを用いて立体にする	28
10)	タピオカが流行ると不景気になる??	31
11)	Sin, Cos のグラフの変化～指数が変わると?～	32
104	組	
12)	関数でトゥーンリンクを作ろう!	33
13)	一筆書きと経路の数	35
14)	オリンピック	46
105	組	
15)	ベジェ曲線によるグラフの描画	49
16)	円に限りなく近い不思議な図形	50
17)	相関係数から見る地域産業	52
106	組	
18)	様々な曲線	54
19)	三角形の五心と九点円	57
20)	小中学校の関係について	59
107	組	
21)	降水量相関日本地図	62
22)	人の手の関節の曲がり方～100人のデータを通して～	67
23)	関数を用いてグラフィックアート	69
108	組	
24)	高速で π を求値することに try～モンテカルロ法・ビュフォンの針の コンピュータによるシミュレーション～	72
25)	サーブのすすめ	74
26)	リサーチ図形	76
27)	日本の家紋「三つ巴」	80

簡単そうで難しい問題をいじってみる。

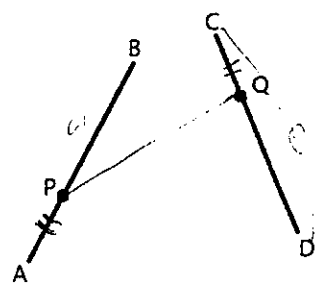
1年1組7番 楠井 隆

はじめに

私は、高校受験の時、「高校への数学 2017年 9月号」で見た問題が何時間も考えても分からず、結局、答えを見たがそれでもよく分からずにいた。今回、Geogebra を使ってその問題をより詳しく解いてみたいと思ったので研究テーマにした。
 ※問題の解き方ではなく、コンピューターを使い、シミュレーションをして、答えを出す内容になっている。

問題

右の図で $AB=CD$ とする。
 いま、線分 AB 上に点 P を、線分 CD 上に点 Q を、 $AP=CQ$ を満たすようにとる。
 このような P と Q は色々取れるが、 PQ の長さが最小となるような点 P と点 Q の取り方はどのようなものか。



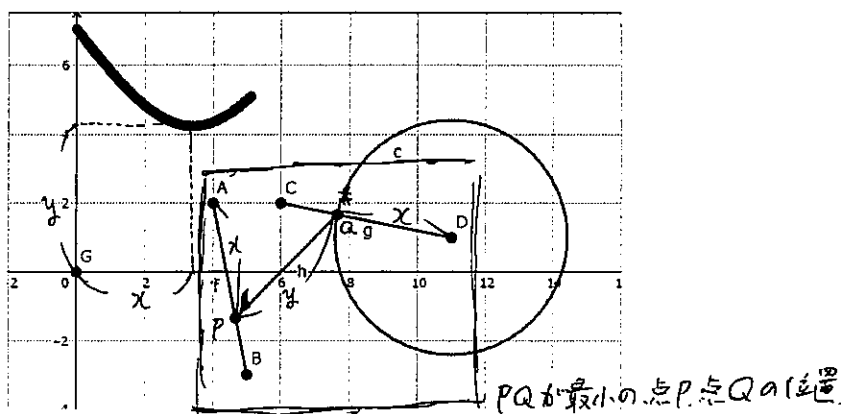
今回はどのように値が変化しているかを調べたいので問題の図と違うが図の形は無視してほしい。

内容

PQ の長さの変化を調べたいので Geogebra で AP を x 、 PQ を y とする。そして、 (x,y) の動いた跡が太い線になった。

(問題と文字が変わっていたり、円など図に邪魔なものもあったりするが無視してほしい。)

これは、二次関数のグラフに見える。また、グラフを見れば最小値がどこか一発でわかる。(上の図は最小値であるところで止めてある。) Geogebra を使うことで簡単に PQ の最短の位置を知ることができた。



いじってみる!!!

より詳しく知るためPQの長さを式で表すことはできるのだろうか?そこで、
二つの線を延長して互いに交わって入れば出しやすいと思い以下の出し方を思い
ついた。

余弦定理より

$$y^2 = (a+b-x)^2 + (c+x)^2 - 2(a+b-x)(c+x) \times \cos \theta$$

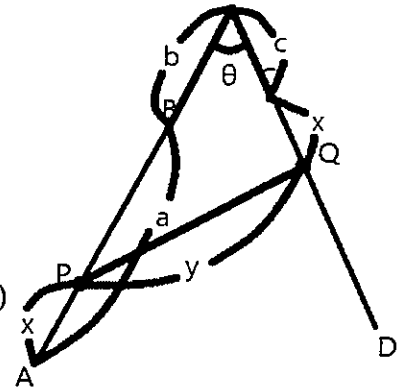
$$y^2 = x^2(2+2 \times \cos \theta)$$

$$+ x(2a+2b+2c - 2a \times \cos \theta - 2b \times \cos \theta - 2c \times \cos \theta)$$

$$+ a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac \times \cos \theta - 2bc \times \cos \theta$$

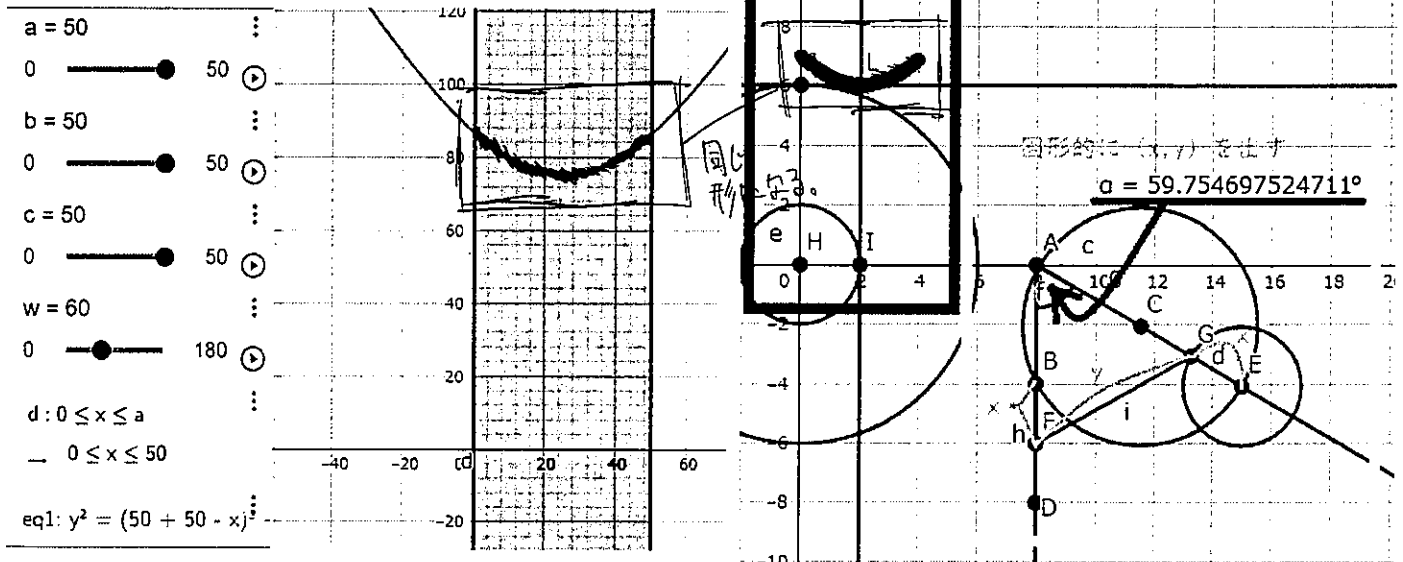
$$y^2 = x^2 \times A + x \times B + C \quad (A, B, C \text{ は実数とする}) \text{ と}$$

なり今まで見たことがない式になる。



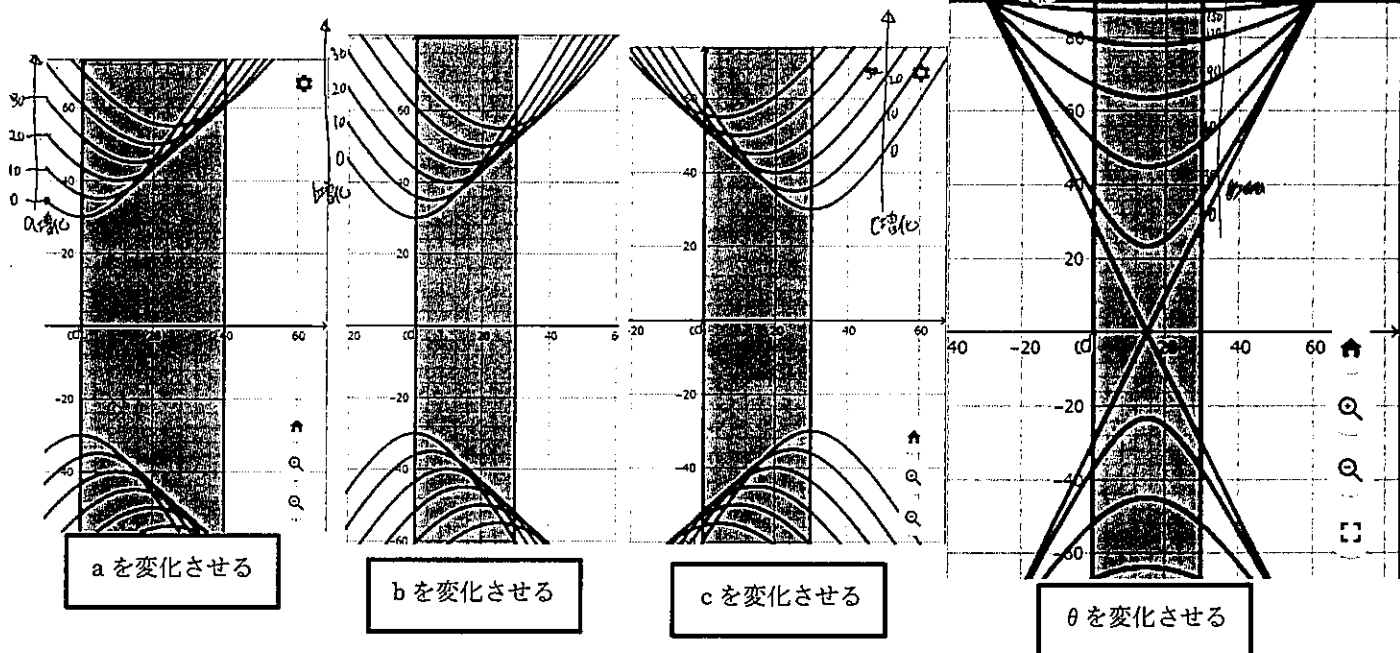
この式を実際に $a=b=c$ $\theta=60^\circ$ として実際に Geogebra で表すと左下の
図のようになり、図を用いて実際にグラフを書くと右下のようになる。

(相似になりグラフの変化は同じになるはずだ。)



これらの（2ページの図）枠に囲まれたグラフは形が同じであり、式でyの長さ(問題のPQ)の変化が表せたことになる。

では、この式は定数である ~~式~~^{a, b, c} 又は θ を変化させると、どのようにyは変化するのだろうか？



なんと、このグラフ2次関数ではなく、双曲線であり、2次関数とは違う変化をすることがわかる。特に、 θ を変化させたグラフでは $\theta=0$ で(x軸を通っているところ)2つの直線になっていて、完全に異なるものだとわかる。

⇒ このグラフは、1つの知識では書けないので、グラフの形を書かないやり方で、解がなければ、分からないことが分かる。

考察

近頃、テストや教科書などに載っている問題は、解くためにあり、授業は解き方を学ぶ、ということが一般的である。しかし、その値を変えたらどうなるの？と思うことがある。この課題研究を通して試す機会ができ、楽しく数学を探究することができた。

出典

GeoGebra 関数グラフ <https://www.geogebra.org/graphing>
 「高校への数学 2017 9」東京出版

オイラー円について

10117 西原 涼ノ介

1. はじめに

僕の今回の課題研究の題材は オイラー円 です。

(別名 9点円, フォイエルバッハ円)

今回は、このオイラー円の証明だけでなく、その性質や発見したことについて、より深く掘り下げてみました。

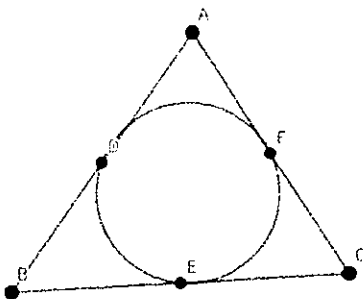
また、課題研究の中で出てくる図は geogebra 幾何を使いました。

2. オイラー円とは？

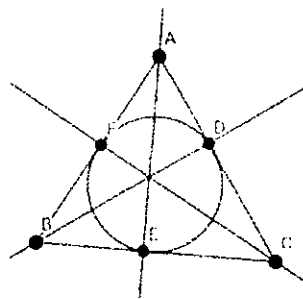
オイラー円の定義は下の通りです。

①三角形の各辺の midpoint 3つ, ②垂線の足3つ, ③垂心と各頂点の midpoint 3つ, 計9つの点は、同じ円周上にある。この円をオイラー円という。

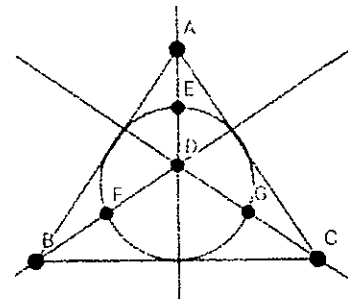
下は、①の円, ②の円, ③の円, そしてオイラー円です。



① 各辺の midpoint 3つの円



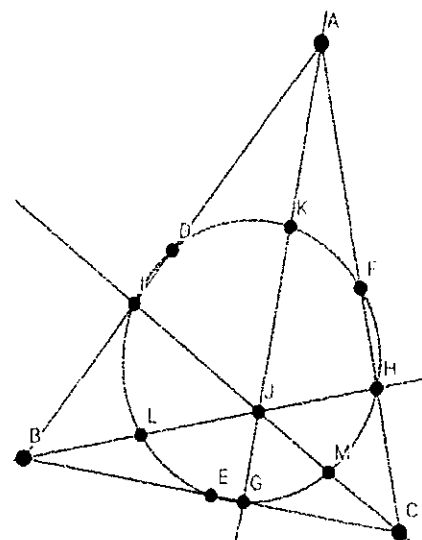
② 垂線の足3つの円



③ 垂線と各頂点の midpoint 3つの円

右の図 $\triangle ABC$ で、①は D, E, F, ②は G, H, I, ②は K, L, M です。また J は $\triangle ABC$ の垂心です。右の図を見ると、確かに①の円、②の円、③の円が重なっていて、同一円周上に9つの点があることが分かります。

では何故、オイラー円は成り立つのでしょうか。



3. オイラー円の証明

では、鋭角三角形 ABC を用いてオイラー円を証明していこうと思います。

また下の証明は、チャート式基礎からの数学 A を参考にしています。

証明は下の通りです。

$\triangle ABC$ について、

辺 AB, BC, CA それぞれの中点を D, E, F、

3頂点 A, B, C からそれぞれ対辺に下した垂線の足を G, H, I、垂心を J、

線分 AJ, BJ, CJ の中点をそれぞれ K, L, M とする。

$KL \parallel AB \parallel FE$, $EL \parallel CJ \parallel FK$, $AB \perp CJ$

であるから、 $KL \perp EL$

ゆえに、四角形 KLEF は長方形である。

同様に、 $DF \parallel BC \parallel LM$, $DL \parallel AJ \parallel FM$,

$BC \perp AJ$ であるから、 $DF \perp DL$

ゆえに、四角形 DLMF も長方形である。

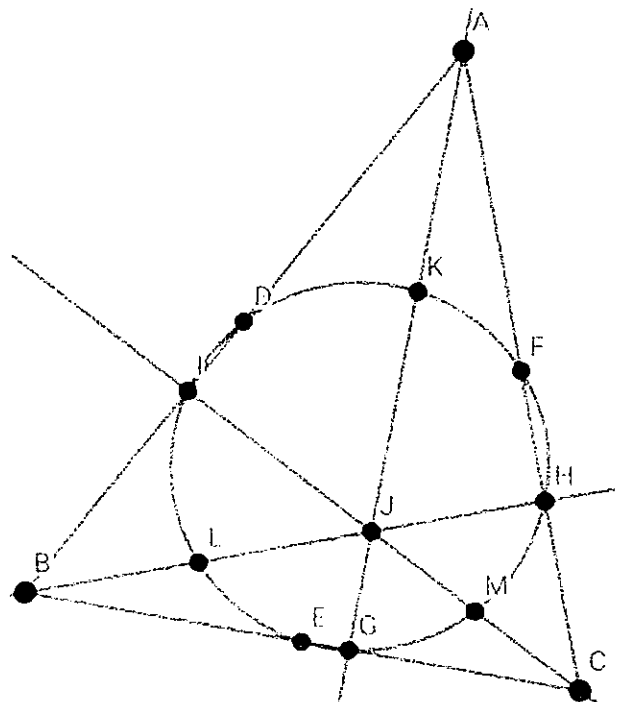
2つの長方形は対角線 LF を共有するから、

点 D, E, F, K, L, M は、線分 LF を直径とする
1つの円周上にある。

このとき、線分 KE, MD もこの円の直径で

あるため、 $\angle KGE = \angle LHF = \angle MID = 90^\circ$

よって、点 G, H, I も線分 LF を直径とする
円の円周上にある。



この証明は、直角、鈍角三角形の時も適用されます。

ここで僕は、

- ・円の中心は式で表すことは可能だろうか。
- ・三角形を変えていった時の円の中心の軌跡はどうなるのか。

という2つの疑問を抱きました。

次のページからは、この2つの疑問を解消していきます。

5. オイラー円の中心の軌跡を調べる

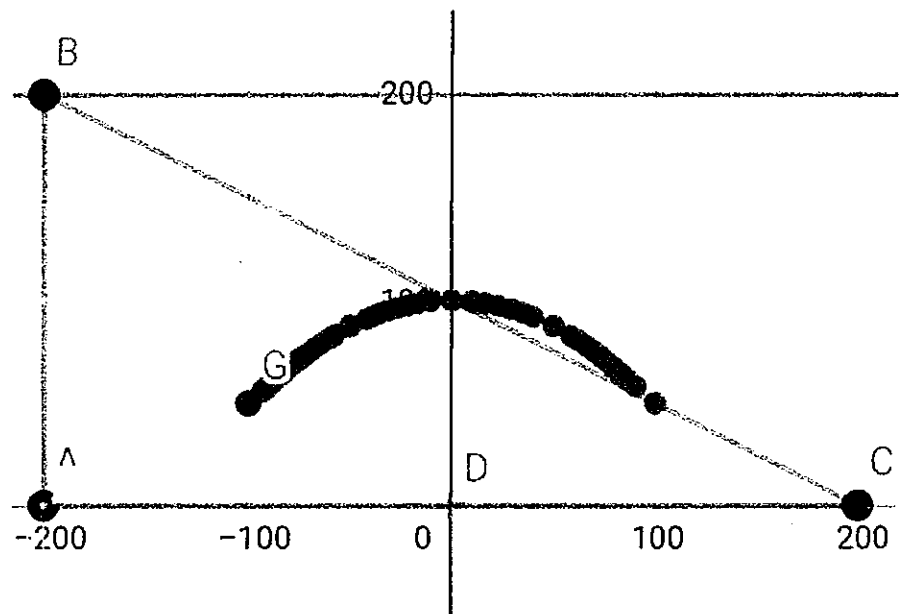
最後に、円の中心の軌跡を geogebra を用いて調べたいと思います。

$\triangle ABC$ の点 A と点 C を固定して、点 B を動かしたときの円の中心(以後 G と表示される)を調べます。

点 A を(-100,0)に、点 C を(100,0)に固定します。

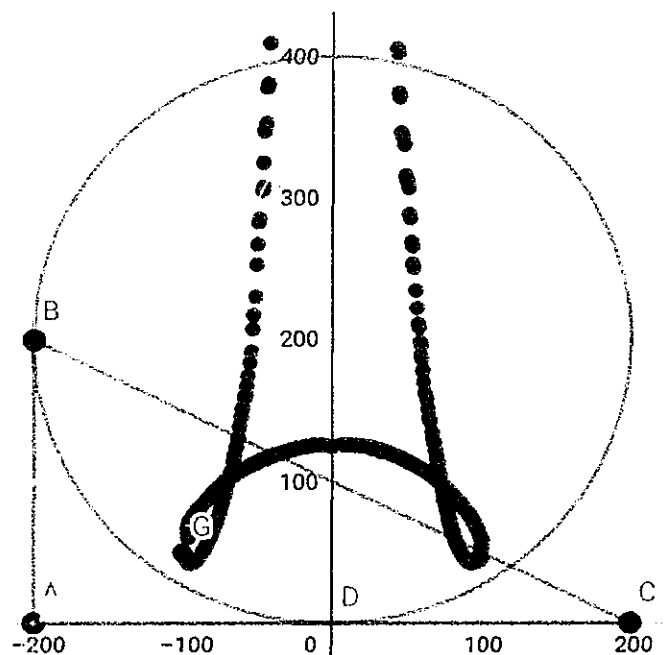
まずは、点 B を、 $y=200$ の上を(-100,200) \rightarrow (100,200)に動かしたときの点 G の軌跡を調べると、図のようになりました。

原点を中心とした
弧のように見えます。
この結果は何となく
予想通りでした。



次に、点 B を原点を通る半径 200 の円 $(x^2 + (y-200)^2 = 40000)$ の円周上を動かしてみました。結果は、図のようになりました。

自分の予想とはまったく違う結果
だったので、この結果にはとても
驚きました。
点 B が円の下半分を通った時に上に
突き出ているのですが、なぜなのか、
理由までは分かりませんでした。
とても興味深い結果になりました。



6. まとめ

今回は、オイラー円について詳しく調べました。

調べるうちに当たらしい発見があったり、また新たな謎が生まれたり、調べていて何よりもとても楽しく、探究に没頭することができました。

僕は探究することができなかつたのですが、オイラー円の性質は他にもまだまだあります。調べられなかつたことが残念であると同時に、誰か、このレポートを読んで興味を持った人が、さらに深いところまで調べてくれれば、と願っています。

長つたらしいレポートをまとめの最後まで精読してくださりありがとうございました。

テーマ クロゼットの折り戸の通過面積を求める

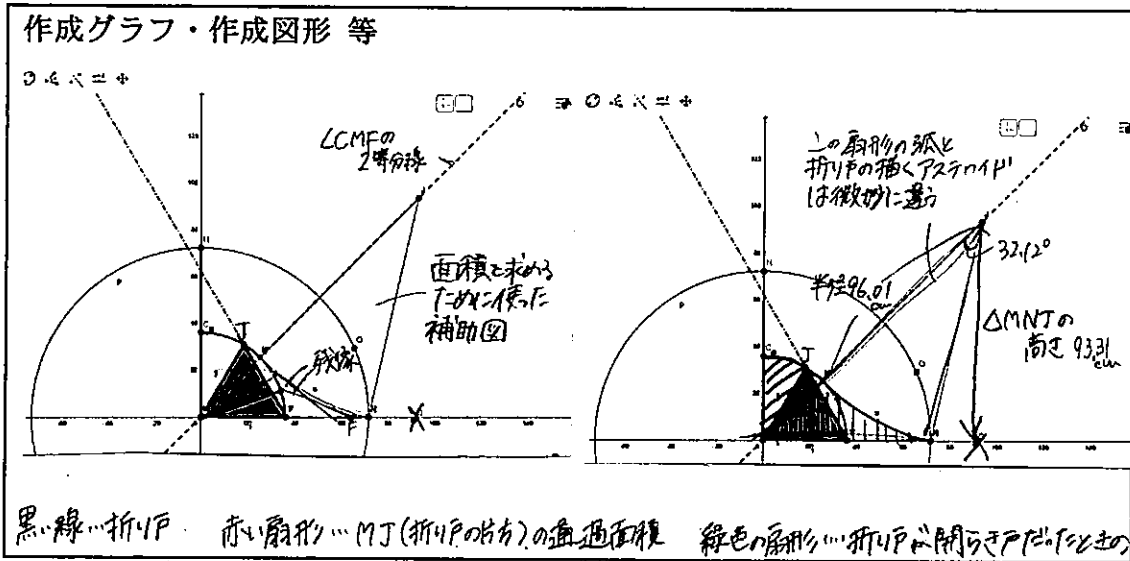
1年1組36番 氏名 服部心音

1. はじめに

動機は家のクロゼットが折り戸になっていて、開くのにどれだけの広さが必要かを知りたいから。

また、クロゼットの動機がどのように行っているのを知りたいから。作図のためにGeogebraを使用した。

2. 内容



作成手順 ①→②→③→④

- | | | | |
|--|---------------------------|--------------------------|---------------------------|
| ① 点Mを中心とする扇形をかく(半径36cm) | } 折り戸の動機 | ① 点Nをx軸上に置く(点Mからの距離72cm) | } 折り戸が開いたときの通過面積 |
| ② ①の扇形の弧上に点Jをかく | | ② 点Mを中心とする扇形(MNが半径)をかく | |
| ③ 点Jと点Mを結ぶ | } 通過面積の2つの果(この形成方法の切り返し点) | △ LCMFの二等分線をかく | } 通過面積の2つの果(この形成方法の切り返し点) |
| ④ x軸上に点Fをかく(点Jからの距離36cm)(点Jを動かせば点Fも連動する) | | △ 二等分線と①の扇形の交点を点Kとする | |

- ☆ 軸側の折り戸を45°動かすとアストロイドが描かれる (面積を求めるために使った補助図)
- ☆ アストロイドに近い弧を描く
- ☆ この弧を挟む扇形を描く(弧を二等分線に沿わせる)

面積の求め方 右側の図の を足す (△は△MNTから扇形JNKE引く)

- 1) x軸からMKまではFN(折り戸の右側の面)が形成
- 2) MKから点MまではMJ(折り戸の軸側)が形成

3. 結果・考察

・折り戸の片面(軸側)が開まっている状態から45°回転するまでは、その片面が通過面積の形状を形成し、45°を過ぎると軸側の戸が扇形を形成する。(2つの面積を合わせると折り戸の通過面積になる)

・xの形はアストロイド(包絡線)と呼ばれることが分かった。

・アストロイドの求め方が難しく分かったため、今回はアストロイドに近い弧を描いて面積を求めた。そのため通過面積はおおよその形としてとらえる。

通過面積 $\rightarrow 36^2 \times 3.14 \times \frac{1}{2} = 502.2$ $\triangle \rightarrow 72 \times 93.3 \times \frac{1}{2} - 96^2 \times 3.14 \times \frac{32}{360} = 3358.8 - 2539.52$

(ただし円周率は3.1 小数点第2位四捨五入とする)

$\triangle + \triangle = 321.48$ 約 321.48 cm^2

4. 参考文献

☆ 右側が開いた場合 約 4017.6 cm^2 (この折り戸の通過面積が小さく開け30°に場所を6.7m)

<https://math.nakaken88.com/textbook/standard-astroid-parametric-representation/>

<https://www.procrastist.com/entry/furo-door>

奇跡シュートの軌跡

1年1組40番 柳瀬 真愛

1. はじめに

みなさんは、あの有名な漫画「スラムダンク」を知っているだろうか。私は、バスケ部だったこともあり、この漫画を溺愛していた。その結果、今回の数学科研究のテーマはバスケのシュートの軌跡にしようと思った。しかし、桜木（漫画スラムダンクの主人公）のダンクシュートや、三井（漫画スラムダンクの天才シューター）の3Pシュートの軌跡を描くよりも、もっとすごいシュートの軌跡を描きたいと思った。そのときに目にとまったのが、黒子のバスケに出てくる、緑間真太郎のスーパーシュートだ。

2. 内容

では、緑間真太郎のスーパーシュートを見ていこう。右の絵より、シュートの条件を読み取る。

まず、真ん中の絵より、緑間は自分のチームのゴール下から相手チームのゴールへシュートをうっている。バスケットボールのコートの縦の長さは28mであり、バスケのゴールはエンドラインから1.8m突き出たところにある。また、真ん中の絵での緑間の位置は、エンドラインから1.2mくらいのところだろう。よって、緑間とゴールとの間の距離は、

$$28 - 1.8 - 1.2 = 25 \text{ (m)}$$

となる。

次に、一番右の絵より、緑間の身長が195cmであり、ボールの中心が、緑間の頭の上から彼の顔を2.5個分重ねたところにある。また、真ん中の絵より、緑間は約5cm背伸びしているから、緑間がボールを放った高さ（ボールの中心）は、

$$195 + 2.5 \times 22 \text{ (顔の縦の長さ)} + 5 = 255 \text{ (cm)}$$

よって、ゴールの高さとボールの中心の高さの差は、

$$305 \text{ (バスケのゴールの高さ)} - 255 = 50 \text{ (cm)}$$

バスケのシュートは斜め投げ上げであるから、ボールは放物線をえがく。

緑間がボールを放つときのボールの中心位置を原点にとり、初速度を V_0 (m/s)、ボールの投げ上げ角を θ ($0 < \theta < \pi/2$)、重力加速度を g 、時刻を t とすると、下の式が得られる。

水平方向：等速運動

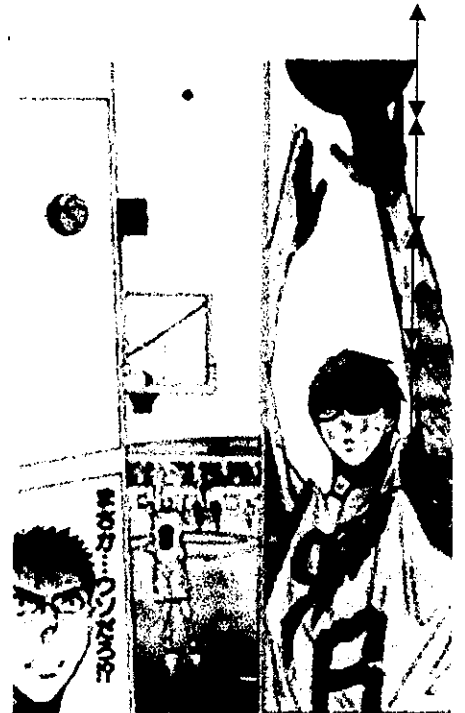
鉛直方向：投げ上げ

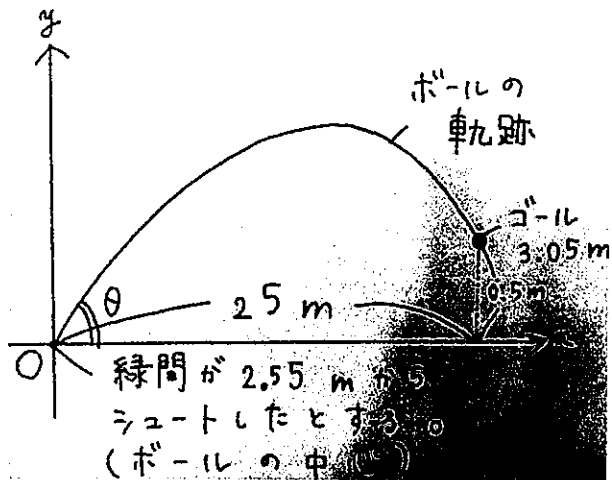
$$V_x = V_0 \cos \theta$$

$$V_y = (V_0 \sin \theta) - gt$$

$$X = (V_0 \cos \theta) t$$

$$Y = (V_0 \sin \theta) t - 1/2gt^2$$





$X=25.00$ 即ち、リングにボールが達する時刻 t_1 は、

$$V_0 \cos \theta \times t_1 = 25$$

$$t_1 = (25 / V_0 \cos \theta)$$

この時のボールの中心の高さは

$$V_0 \sin \theta \times (25 / V_0 \cos \theta) - (1/2)g \times (25 / V_0 \cos \theta)^2$$

$$= 25 \tan \theta - (625g/2 V_0^2) \times (1/\cos^2 \theta)$$

$$= 25 \tan \theta - (625g/2 V_0^2) \times (\tan^2 \theta + 1)$$

これが $62\text{cm}(50+12)$ 以上になればよい。

$$25 \tan \theta - (625g/2 V_0^2) \times (\tan^2 \theta + 1) \geq 0.62 \dots \textcircled{1}$$

$Y=0.5$ 即ち、ボールの中心がリングと同じ高さになる時刻 t_2 は、

$$V_0 \sin \theta \times t_2 - (1/2)gt_2^2 = 0.5$$

よって、上の式より、

$$t_2^2 - (2 V_0 \sin \theta / g) \times t_2 + (1/g) = 0$$

$$t_2 = (1/g) V_0 \sin \theta \pm \sqrt{\{(1/g) V_0 \sin \theta\}^2 - 1/g}$$

$$= (V_0 \sin \theta / g) \pm \sqrt{V_0^2 \sin^2 \theta - g/g^2}$$

$$= \underline{V_0 \sin \theta \pm \sqrt{V_0^2 \sin^2 \theta - g}}$$

g

t_2 の 2 解のうち、小さい方は、ボールの上昇中に $Y=0.5$ となる時刻を表しているので、不適だから、 $t_2 = \underline{V_0 \sin \theta + \sqrt{V_0^2 \sin^2 \theta - g}}$

g

これより、初速 V_0 の条件として、

$$V_0^2 \sin^2 \theta - g > 0$$

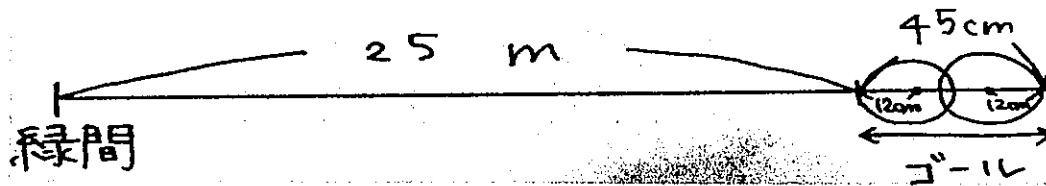
$$V_0^2 > (g/\sin^2 \theta) \dots \textcircled{2}$$

この時のボールの水平距離 $X_2 = V_0 \cos \theta \times \underline{V_0 \sin \theta + \sqrt{V_0^2 \sin^2 \theta - g}}$

g

ボールの半径は 12 cm 、ゴールの直径は 45 cm より、ゴールに入るには、 X_2 が $25+0.12=$

25. 12m以上 25 + 0.45 - 0.12 = 25.33m以下であればよい。



$$25.12 \leq (V_0 \cos \theta / g) \times (V_0 \sin \theta + \sqrt{V_0^2 \sin^2 \theta - g}) \leq 25.33 \dots \textcircled{3}$$

V_0 の条件を求める。

$$\textcircled{1} \text{を } V_0 \text{ について解くと、} 25 \tan \theta - 0.62 \geq (625g/2V_0^2)(\tan^2 \theta + 1)$$

右辺は常に正であるので、左辺も正でなければならない。

(これより、 θ の条件 $\tan \theta > 0.0248$ 即ち、 $\theta > 1^\circ$ が得られる。)

この時、初速 V_0 の条件として、

$$V_0^2 \geq \frac{625g(\tan^2 \theta + 1)}{2(25 \tan \theta - 0.62)}$$

$$V_0 \geq \sqrt{\{625g(\tan^2 \theta + 1)/50 \tan \theta - 1.24\}} \dots \textcircled{4} \text{ が導かれる。}$$

次に、 $\textcircled{3}$ の左側を V_0 について解く。

$$25.12g \leq V_0^2 \sin \theta \cos \theta + V_0 \cos \theta \sqrt{V_0^2 \sin^2 \theta - g}$$

$$25.12g - V_0^2 \sin \theta \cos \theta \leq V_0 \cos \theta \sqrt{V_0^2 \sin^2 \theta - g} \dots (*)$$

ルートを外すために両辺を2乗するが、 $25.12g - V_0^2 \sin \theta \cos \theta$ の符号で場合分けする。

(i) $25.12g - V_0^2 \sin \theta \cos \theta \leq 0$ のとき

(*)の右辺は正だから、不等号は必ず成立する。

$$\text{よって、} 25.12g - V_0^2 \sin \theta \cos \theta \leq 0$$

$$(25.12g / \sin \theta \cos \theta) \leq V_0^2$$

$$V_0 \geq \sqrt{(50.24g / \sin 2\theta)}$$

(ii) $25.12g - V_0^2 \sin \theta \cos \theta > 0$ のとき、即ち、 $V_0 < \sqrt{(50.24g / \sin 2\theta)}$ のとき

(*)の両辺を2乗して、

$$V_0^4 4 \sin^2 \theta \cos^2 \theta - 50.24g \sin \theta \cos \theta V_0^2 + 631.0144g^2 \leq V_0^2 \cos^2 \theta (V_0^2 \sin^2 \theta - g)$$

$$\Leftrightarrow 50.24g \sin \theta \cos \theta V_0^2 - V_0^2 \cos^2 \theta g \geq 631.0144g^2$$

$$\Leftrightarrow V_0^2 \cos \theta (50.24 \sin \theta - \cos \theta) \geq 631.0144g \dots (\star)$$

$\tan \theta > 0.0248$ より、

$$50.24 \sin \theta - \cos \theta = \cos \theta (50.24 \tan \theta - 1) > 0.245952 \cos \theta > 0 \text{ だから、}$$

$$(\star) \Leftrightarrow V_0^2 \geq \{631.0144g / \cos \theta (50.24 \sin \theta - \cos \theta)\}$$

$$\Leftrightarrow V_0 \geq \sqrt{\{631.0144g / \cos \theta (50.24 \sin \theta - \cos \theta)\}}$$

$V_0 < \sqrt{(50.24g / \sin 2\theta)}$ より、

$$\sqrt{\{631.0144g / \cos \theta (50.24 \sin \theta - \cos \theta)\}} \leq V_0 \leq \sqrt{(50.24g / \sin 2\theta)}$$

(i)、(ii)をまとめて、 $\sqrt{\{631.0144g / \cos \theta (50.24 \sin \theta - \cos \theta)\}} \leq V_0 \dots \textcircled{5}$

③の右側を V_0 について解く。

$$(V_0 \cos \theta / g) \times (V_0 \sin \theta + \sqrt{V_0^2 \sin^2 \theta - g}) \leq 25.33$$

$$V_0^2 \sin \theta \cos \theta + V_0 \cos \theta \sqrt{V_0^2 \sin^2 \theta - g} \leq 25.33g$$

$$V_0 \cos \theta \sqrt{V_0^2 \sin^2 \theta - g} \leq 25.33g - V_0^2 \sin \theta \cos \theta \dots (\heartsuit)$$

左辺 > 0 より、右辺 > 0 であるから、

$$0 < 25.33g - V_0^2 \sin \theta \cos \theta$$

$$V_0^2 < (25.33g / \sin \theta \cos \theta)$$

$$V_0 < \sqrt{(50.66g / \sin 2\theta)}$$

この時、 (\heartsuit) の両辺を2乗すると、

$$V_0^2 \cos^2 \theta (V_0^2 \sin^2 \theta - g)$$

$$\leq V_0^4 \sin^2 \theta \cos^2 \theta - 50.66g V_0^2 \sin \theta \cos \theta + 641.6089g^2$$

$$\Leftrightarrow 641.6089g^2 \geq 50.66g V_0^2 \sin \theta \cos \theta - V_0^2 \cos^2 \theta g$$

$$\Leftrightarrow 641.6089g \geq V_0^2 \cos \theta (50.66 \sin \theta - \cos \theta)$$

$50.66 \sin \theta - \cos \theta > 50.24 \sin \theta - \cos \theta$ より、

$$V_0^2 \leq 641.6089g / \cos \theta (50.66 \sin \theta - \cos \theta)$$

$$V_0 \leq \sqrt{\{641.6089g / \cos \theta (50.66 \sin \theta - \cos \theta)\}} \dots \textcircled{6}$$

②、④、⑤、⑥を合わせて、初速 V_0 の条件として以下のものが得られる。

$$\cdot V_0 > (\sqrt{9.8 / \sin \theta})$$

$$\cdot V_0 \geq \sqrt{\{6125(\tan^2 \theta + 1) / 50 \tan \theta - 1.24\}}$$

$$\cdot \sqrt{\{6183.94112 / \cos \theta (50.24 \sin \theta - \cos \theta)\}} \leq V_0$$

$$\leq \sqrt{\{6287.76722 / \cos \theta (50.66 \sin \theta - \cos \theta)\}}$$

($g=9.80$ を代入)

これらの式を GeoGebra に入力する。(ただし、グラフの色と式の対応関係は以下の通り)

○ $f(x) = \frac{\sqrt{9.8}}{\sin(x)}$

○ $g(x) = \sqrt{6125 \frac{\tan^2(x) + 1}{50 \tan(x) - 1.24}}$

● $h(x) = \sqrt{\frac{6183.94112}{\cos(x)(50.24 \sin(x) - \cos(x))}}$

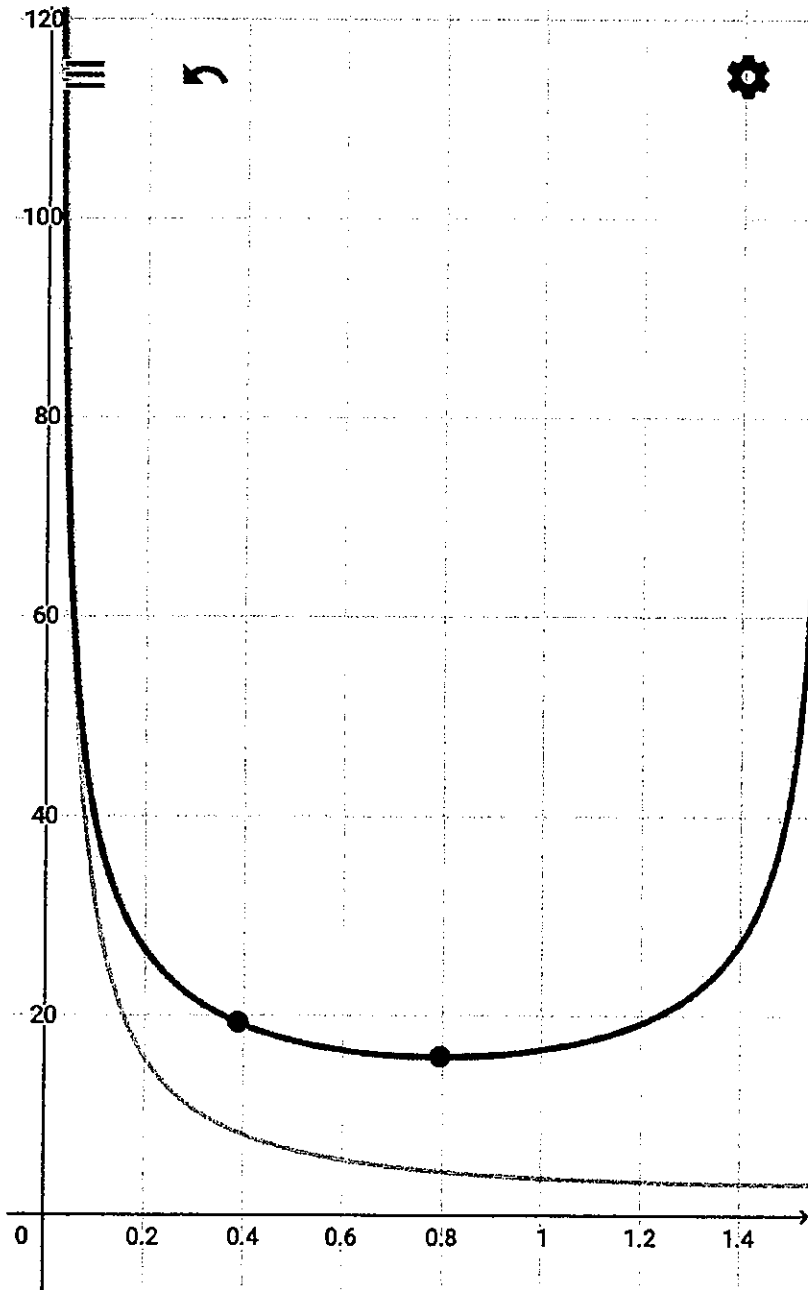
⊙ $p(x) = \sqrt{\frac{6287.76722}{\cos(x)(50.66 \sin(x) - \cos(x))}}$

グラフでは

θ を x 、 V_0 を y にとった。

また、 $\theta > 1^\circ$ である。(3 ページ参照)

さらに、このグラフの x の値は、弧度法の π に $3.14 \dots$ を代入することによって表されていることに注意する。

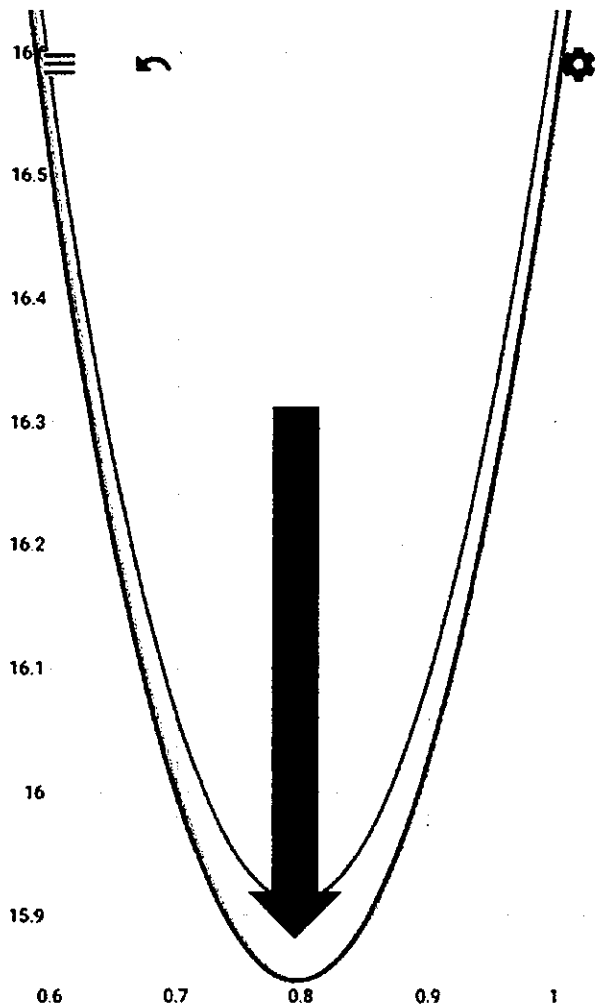


まず、4つのグラフは右のようになる。
 θ の範囲が $0 < \theta < \pi/2$ であることにより、 x の範囲は $0 < x < 1.57\dots$ となる。

それでは、グラフを見ていこう。
 V_0 の条件を満たすのは、
 ピンクのグラフより上かつ、
 オレンジのグラフ以上かつ、
 黄緑のグラフ以上かつ、
 水色のグラフ以下
 である。

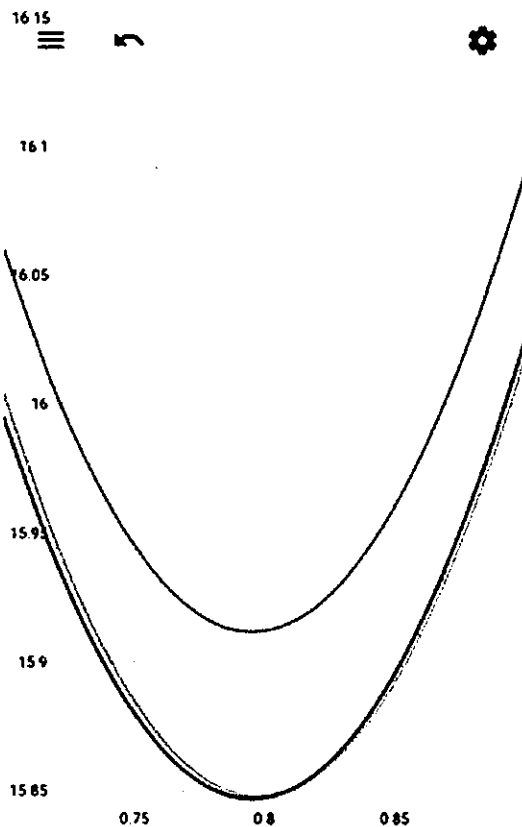
ん？見えん？

いえいえ、そんなはずない。だって、緑間はシュートを決めているんだもの。
 次のページのグラフを見てみよう。



確かに、条件を満たす箇所がある。(赤矢印)
 ピンクのグラフはこの3つのグラフのはるか下
 にあるので、この箇所はピンクのグラフの条件も
 満たす。

さらにさらに拡大していくと…?



←このようになっている。

つまり、緑間のスーパーシュートが入る確率が一
 番高いのは、

$$x \approx 0.8$$

つまり、ボールの投げ上げ角が $45 \sim 46^\circ$ くらい
 のときであり、その時の初速度 V_0 は、

$$15.85 \leq V_0 \leq 15.91 \text{ くらいである。}$$

つまり、だいたい時速 57km くらいである。

え？高速道路を走る車くらいの速度を出さなき
 やダメってこと？

すごい。

さらにさらに、もっとすごいことがある。緑間のシュートは、ゴールに対してほぼ 90° 、つまり、ほぼ垂直に入る。よって、ボールの軌跡は右図のようになる。



もういちどグラフを見てみよう。ボールがゴールに入るときの角度を 80.5° くらいとすると、ボールは放物線を描くので、投げ上げ角も 80.5° より少し大きいくらいの大きさでなくてはならない。ここで、投げ上げ角の大きさを 89° とすると、

$x \approx 1.5525555 \dots$ だから、

$$82.1698758360028 \leq V_0 \leq 82.51250159387$$

であることがわかる。つまり、 $V_0 \approx 82.3$ である。

$$82.3 \text{ m/s} = 296.28 \text{ km/h}!!!!$$

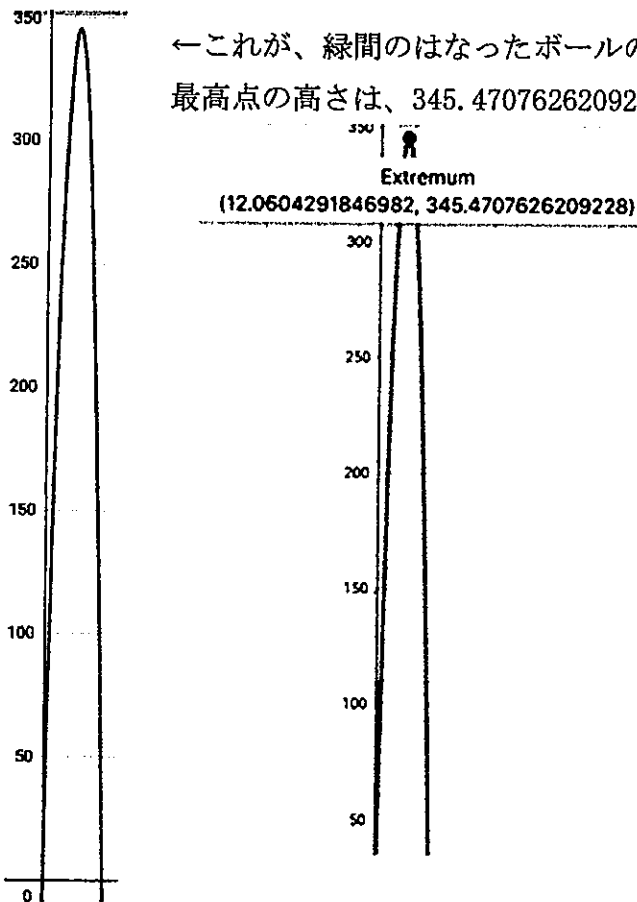
それでは、緑間のシュートの軌跡を見てみる。

$$x = (V_0 \cos \theta) t = 82.3 \cos 89^\circ t$$

$$y = (V_0 \sin \theta) t - \frac{1}{2} g t^2 = 82.3 \sin 89^\circ t - 4.9 t^2$$

よって、 y を x の式で表すと、

$$y = \tan 89^\circ x - \left\{ \frac{4.9 x^2}{6773.29 \cos^2(89^\circ)} \right\}$$



←これが、緑間のはなったボールの軌跡、「奇跡シュートの軌跡」である。
最高点の高さは、345.4707626209228m となる。

ちなみに、高校生のバスケットボール全国大会の会場は、東京体育館であり、その体育館の高さは27mだ。緑間くん、君のシュートは、天井にあたって、アウトオブバウンズで反則になっちゃうよ!あ、その前に、時速296.28kmだから、天井破壊しちゃうかな?その前に、ゴールとか他の人とかにボール当たったらどうするの?危ないよ?

3. 感想

まず今回の研究を通して、緑間君について驚いたことがとてもたくさんあった。もちろん、こんなシュートは現実ではありえないが、漫画の世界でこのような奇跡のシュートを見るのは大変面白い。私は今回、柳田理科雄さんのように科学に基づく研究を進めていくことで、他にもたくさん調べてみたいことに出会ったし、身の回りの現象をもっと科学的に証明したいという意欲をもつようになった。そして第一に、科学がとても好きになった。花道君のとりこになっていた私だったが、緑間君もけっこういい人だなと思うようになった。

4. 参考文献

<http://soul6.web.fc2.com/coffeebreak11.pdf>

<https://ja.wikipedia.org/wiki/東京体育館>

https://detail.chiebukuro.yahoo.co.jp/qa/question_detail/q1364940618

http://stat.ameba.jp/user_images/20130806/10/mamato/ae/a9/j/o0271035512636664617.jpg



緑間くん、君がすごいのは十分分かったから、安全にプレーすることを心掛けてね。

清宮 (Seimiya) の定理を描く

10216 伴 旺祐

1. はじめに

先日 KUMON の教材の中で『谷山＝志村予想』というものを目にしました。この予想によって『フェルマーの最終定理』というものを証明することができたという。私は、数学における日本人の功績を今まで聞いたことがなかった。この機会に日本人数学者について知りたいと思い、この『清宮の定理』を今回のテーマとした。

※谷山＝志村予想については割愛する。

フェルマーの最終定理

自然数 $n \geq 3$ において

$$a^n + b^n = c^n$$

を満たす自然数 a, b, c は存在しない

2. 清宮の定理

「三角形 ABC の外接円周上の A, B, C とは異なる 2 点を P, Q とし、点 P の 3 辺 BC, CA, AB に関する対称点を U, V, W とするとき、QU, QV, QW と辺 BC, CA, AB またはその延長との交点 D, E, F が 1 直線上にある。」というものである。これは『シムソンの定理』という、上記の U, V, W が同一直線上にあるというものの拡張である。

本来の『清宮の定理』の証明の方法ならば

線分比→面積比→等しい角を持つ面積比→方べきの定理の逆→

接弦定理→円周角の定理→メネラウスの定理の逆

の手順で行うようだが、今回は GeoGebra を活用し実際に描くことによって証明する。

今回、外接円は $x^2 + y^2 = 25$ とし、点 P を \widehat{CA} 上、点 Q を \widehat{AB} 上に初期地点として置いた。

また GeoGebra では 3 点を通る直線を引くことができないため、点 F と直線 DE と UW の交点(以降点 G とする)の座標が一致することによって同一直線上にあるかを判断する。

3. 結果

図 1 (2 枚目参照) を見ると、ピンクの線の上に 3 点 D, E, F が同一直線上に見事に揃っているように見える。点 F と点 G の座標を比較したところ、(4.91, 6.55) で一致した。(点 G は点 F が見えなくなるため図には記していない) また点 A を移動させて三角形の形状を変えた場合(図 2) や、点 P を \widehat{BC} 上にした場合(図 3) においても、同様に点 F と点 G の座標が一致するという結果が得られた。よって『清宮の定理』は成り立つと言える。

4. 参考文献

Yahoo 知恵袋

https://detail.chiebukuro.yahoo.co.jp/qa/question_detail/q1035903745

伶俐玲瓏 ～高校数学を天空から俯瞰する～

<http://blog.livedoor.jp/ddrerizayoi/archives/25417120.html>

SSH 数学図形ゼミ シムソン線と清宮の定理

<http://sshmathgeom.private.cocacn.jp/i/mindex39.html>

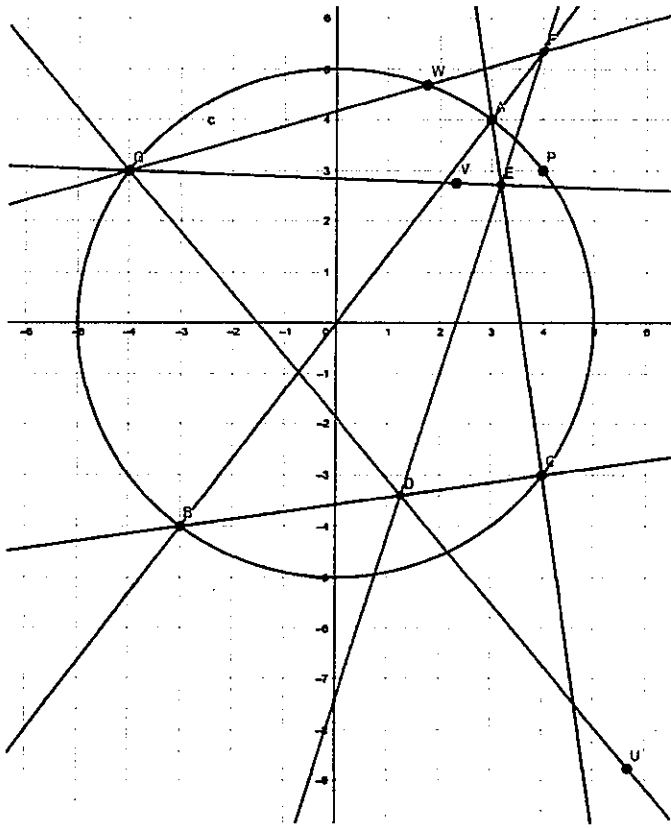


图1

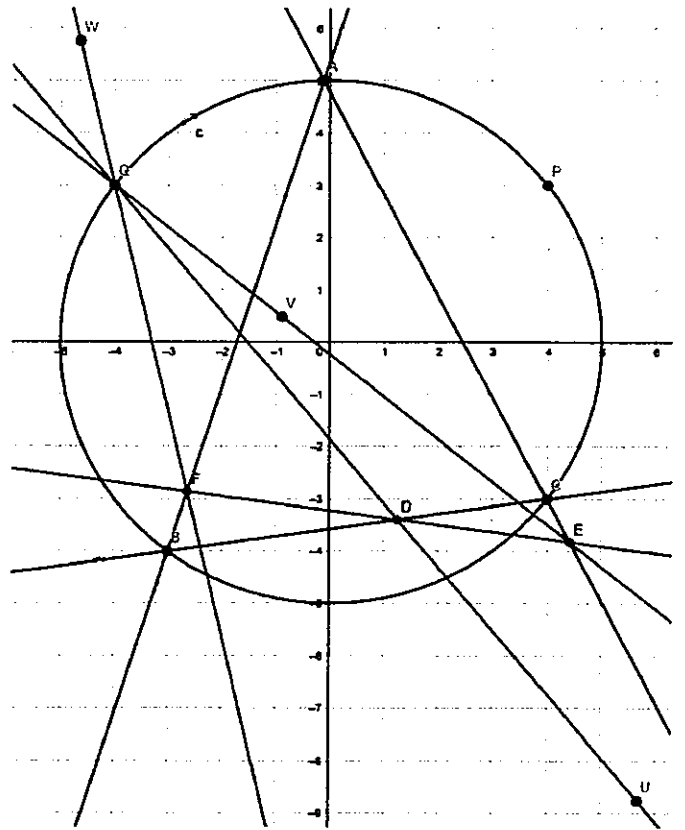


图2

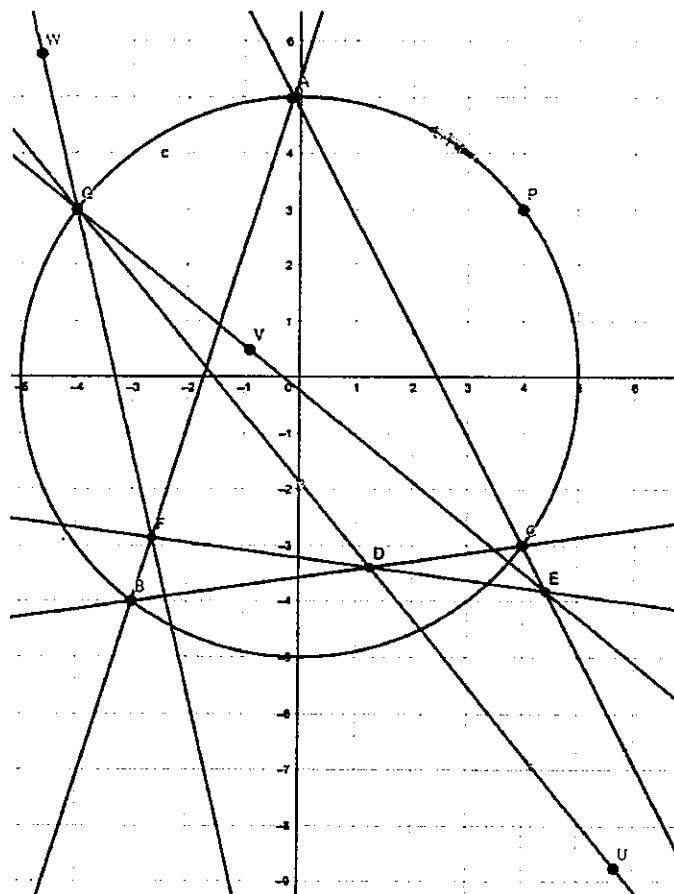


图3

ベジェ曲線を用いたグラフアート

1年2組18番 蒔田 歩夢

1. はじめに

グラフは与える式または値次第で色々な形を作り上げることができることを今まで学んできた。そこで今回僕は、式に与える値に注目し、代入値を変えてそれぞれの式をつなげることで、座標平面上に絵を描こうと考えた。

2. テーマ

せっかく絵を描くのならなるべく複雑なものがいい!!と思いながら調べてみると、初音ミク曲線^{*1}というものを見つけた。しかし、それは本物とかけ離れていて(概形は留めているが…)さらに式も長かったために、それなら自分が作った方がもっといいものが描けるだろうと思い、初音ミクを描くことにした。

3. 方法

ベジェ曲線といういくつかの制御点で成り立つ曲線(今回は4点)を使って、それぞれの点の値を変えて細かなグラフを作り、またそれらを繋ぎ合わせることで1つの絵を完成させた。

式は、基本的な

$$\{(1-t)^3x_1 + 3(1-t)^2tx_2 + 3(1-t)t^2x_3 + t^3x_4, \\ (1-t)^3y_1 + 3(1-t)^2ty_2 + 3(1-t)t^2y_3 + t^3y_4\}$$

に手を加えた、

$$[xt^3 + x_2(1-t)^3 + 3t(1-t)\{tx_3 + (1-t)x_4\}, \\ y_1t^3 + y_2(1-t)^3 + 3t(1-t)\{ty_3 + (1-t)y_4\}]$$

を用いた。

こうして出来上がったのが次のグラフ^{*2}です。

ちなみに358個のグラフでできてます!!(1週間ぐらいかかった…)

4. 考察・展望

グラフでも絵を描くことができることがわかり、またベジェ曲線をはじめおおくのグラフ曲線への理解が深まった。(と、思う…)

今度は、違う式を用いても挑戦してみたいと思った。

5. 参考文献

<https://ja.javascript.info/bezier-curve> (ベジェ曲線について)

<https://ja.wolframalpha.com/> (初音ミク曲線)

6. 使用グラフソフト



Desmos Graphing Calculator

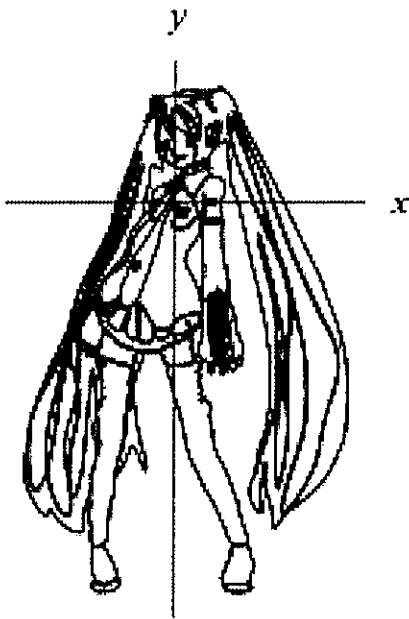
Desmos

4.8 ★★★★★

4+



*1 初音ミク曲線

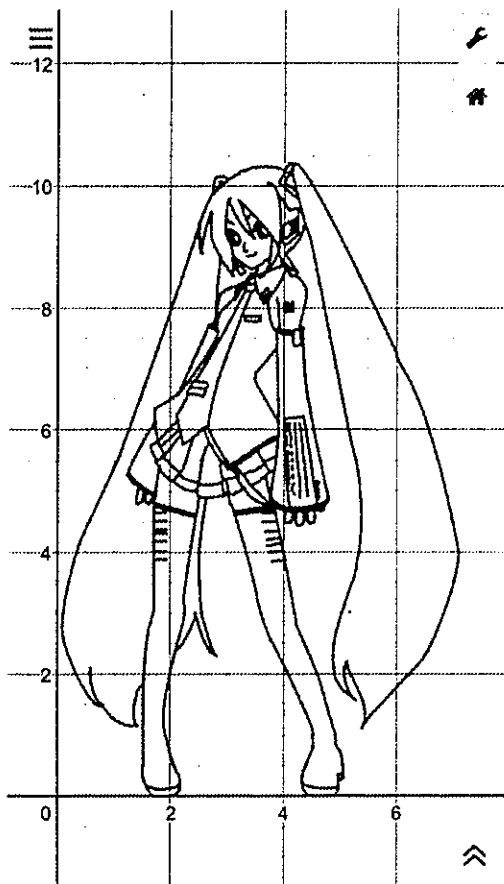


$$\begin{aligned} & \left(\left(-\frac{7}{2} \sin\left(\frac{11}{7} - 9t\right) - \frac{7}{8} \sin\left(\frac{11}{7} - 3t\right) - \frac{241}{24} \sin\left(\frac{11}{7} - t\right) - \frac{10}{3} \sin\left(2t + \frac{11}{7}\right) + \frac{11}{3} \right. \right. \\ & \sin\left(4t + \frac{33}{7}\right) + \frac{61}{5} \sin\left(5t + \frac{8}{5}\right) + \frac{69}{5} \sin\left(6t + \frac{8}{5}\right) + \frac{85}{28} \sin\left(7t + \frac{33}{7}\right) + \frac{19}{5} \sin\left(8t + \frac{11}{7}\right) - 2 \sin\left(10t + \frac{11}{7}\right) \\ & - \frac{1}{16} \sin\left(11t + \frac{11}{6}\right) + \frac{1}{7} \sin\left(12t + \frac{33}{7}\right) - \frac{617}{3} \sin\left(13t - t\right) \sin t - 127t + \left(-\frac{2}{5} \sin\left(\frac{11}{7} - 5t\right) - \frac{27}{2} \sin\left(t + \frac{11}{7}\right) - \frac{61}{6} \sin\left(2t + \frac{11}{7}\right) + \frac{1}{9} \sin\left(3t + \frac{14}{3}\right) + \frac{4}{3} \right. \\ & \sin\left(4t + \frac{11}{7}\right) + \frac{16}{17} \sin\left(6t + \frac{11}{7}\right) - \frac{1}{10} \sin\left(7t + \frac{33}{7}\right) - \frac{1}{5} \sin\left(8t + \frac{8}{5}\right) + \frac{1}{5} \sin\left(9t + \frac{8}{5}\right) + \frac{2}{7} \sin\left(10t + \frac{8}{5}\right) \\ & + \frac{1}{27} \sin\left(11t + \frac{14}{3}\right) + \frac{1}{4} \sin\left(12t + \frac{8}{5}\right) - \frac{572}{5} \sin\left(127t - t\right) \sin t - 123 \pi + \left(-\frac{1}{12} \sin\left(\frac{11}{7} - 5t\right) - \frac{7}{5} \sin\left(\frac{11}{7} - 3t\right) - \frac{443}{8} \sin\left(\frac{11}{7} - t\right) + \frac{1}{3} \sin\left(2t + \frac{11}{7}\right) + \frac{5}{2} \sin\left(4t + \frac{8}{5}\right) \right. \\ & + \frac{4}{3} \sin\left(6t + \frac{8}{5}\right) + \frac{1}{13} \sin\left(7t + \frac{32}{7}\right) + \frac{1}{4} \sin\left(8t + \frac{11}{7}\right) + \frac{1}{19} \sin\left(10t + \frac{10}{7}\right) - \frac{1}{9} \sin\left(11t + \frac{14}{3}\right) - \frac{586}{15} \sin\left(123 \pi - t\right) \sin t \\ & - 119 \pi + \left(-\frac{13}{14} \sin\left(\frac{3}{2} - 40t\right) - \frac{4}{3} \sin\left(\frac{3}{2} - 20t\right) - \frac{16}{11} \sin\left(\frac{3}{2} - 29t\right) - \frac{13}{4} \sin\left(\frac{11}{7} - 26t\right) - \frac{25}{4} \sin\left(\frac{11}{7} - 24t\right) - \frac{11}{3} \sin\left(\frac{3}{2} - 17t\right) - \frac{71}{11} \sin\left(\frac{11}{7} - 14t\right) - \frac{275}{9} \sin\left(\frac{11}{7} - 4t\right) - \frac{30}{7} \sin\left(\frac{10}{7} - 2t\right) + \frac{229}{7} \sin\left(t + \frac{8}{5}\right) + \frac{239}{34} \sin\left(3t + \frac{32}{7}\right) + \frac{579}{4} \sin\left(5t + \frac{33}{7}\right) - 128 \sin\left(6t + \frac{11}{7}\right) - \frac{76}{9} \sin\left(7t + \frac{11}{7}\right) + \frac{175}{6} \sin\left(8t + \frac{17}{11}\right) + \frac{263}{8} \sin\left(9t + \frac{11}{7}\right) - \frac{104}{7} \sin\left(10t + \frac{11}{7}\right) + \frac{149}{5} \sin\left(11t + \frac{33}{7}\right) - 23 \sin\left(12t + \frac{13}{7}\right) - \frac{5}{7} \sin\left(13t - 4t\right) + \frac{71}{6} \sin\left(15t + \frac{11}{7}\right) - \frac{69}{5} \sin\left(16t + \frac{11}{7}\right) - \frac{58}{5} \sin\left(18t + \frac{11}{7}\right) - \frac{5}{4} \sin\left(19t + \frac{8}{5}\right) - \frac{16}{3} \sin\left(20t + \frac{11}{7}\right) + \frac{124}{15} \sin\left(21t + \frac{33}{7}\right) - \frac{12}{7} \sin\left(22t + \frac{7}{5}\right) - \frac{8}{5} \sin\left(23t + \frac{17}{9}\right) - \frac{241}{30} \sin\left(25t + \frac{14}{3}\right) - \frac{1}{2} \sin\left(27t + \frac{23}{11}\right) - \frac{29}{8} \sin\left(28t + \frac{8}{5}\right) + \frac{26}{7} \sin\left(31t + \frac{17}{11}\right) + 7 \sin\left(32t + \frac{14}{9}\right) - \frac{18}{5} \sin\left(33t + \frac{3}{2}\right) + \frac{11}{7} \sin\left(34t + \frac{3}{2}\right) - \frac{6}{5} \sin\left(35t + \frac{14}{3}\right) + \frac{3}{2} \sin\left(36t + \frac{33}{7}\right) - \frac{1}{6} \sin\left(37t + \frac{39}{11}\right) - \frac{18}{7} \sin\left(38t + \frac{11}{7}\right) + 2 \sin\left(39t + \frac{33}{7}\right) + \frac{1}{5} \sin\left(41t + \frac{5}{2}\right) + \frac{2}{7} \sin\left(42t + \frac{11}{6}\right) - \frac{2272}{5} \sin\left(119 \pi - t\right) \sin t - 115 \pi + \left(-\frac{221}{20} \sin\left(\frac{11}{7} - 17t\right) - \frac{33}{2} \sin\left(\frac{11}{7} - 15t\right) - \frac{186}{11} \sin\left(\frac{11}{7} - 12t\right) - \frac{111}{5} \sin\left(\frac{11}{7} - 3t\right) - \frac{85}{4} \sin\left(\frac{11}{7} - 2t\right) - \frac{668}{9} \sin\left(t + \frac{11}{7}\right) - 28 \right. \end{aligned}$$

(tが0から132πまでのときのプロット)

この曲線の式このあと4倍ぐらいあるんですよ...

*2 完成したグラフ



$$(x_1 t^3 + x_2 (1-t)^3 + 3t(1-t)(tx) \leq t \leq 1$$

x_1	y_1	x_2
1.69	0	1.51
1.51	0.5	1.6
1.6	2.7	1.7
1.7	3.1	1.7
1.7	4.7	1.8

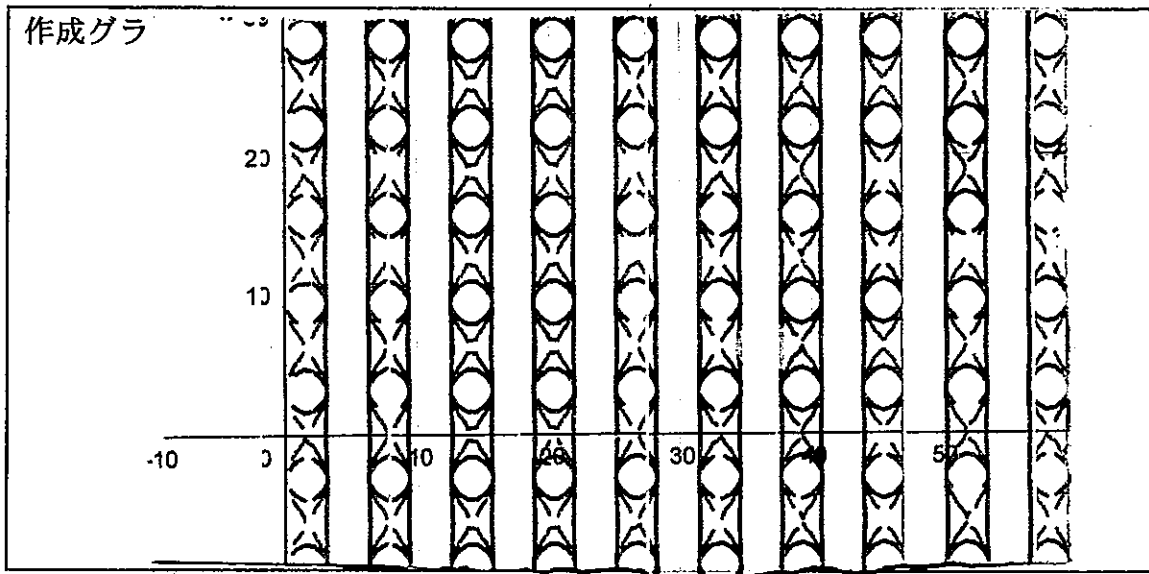
テーマ 関数の動き

1年2組8番 氏名 村瀬 夢

1. はじめに

logやsin, cosを使った式をつくりグラフをかくてみたところ不思議な模様が出てきた。この式の係数を変えるとグラフの模様が変わるように

2. 内容



$$\begin{aligned}
 & - (\log(x+x) + \cos(y)) = 2\sin(x) \\
 & - (\log(x+x) + \cos(y)) = \sin(x) \\
 & - (\log(x+x) + \cos(y)) = 16\sin(x) \\
 & - (\log(x+x) + \cos(y)) = 40\sin(x)
 \end{aligned}$$

cosとlogの係数を変化させたものは裏面へ

($\log(x+x) + \cos(y) = \sin(x)$)のグラフをもとに
 $\log(x+x)$ のx部分, $\cos(y)$, $\sin(x)$ の係数を
 変えた式をつくり、どのようにグラフが変化するか調べる。

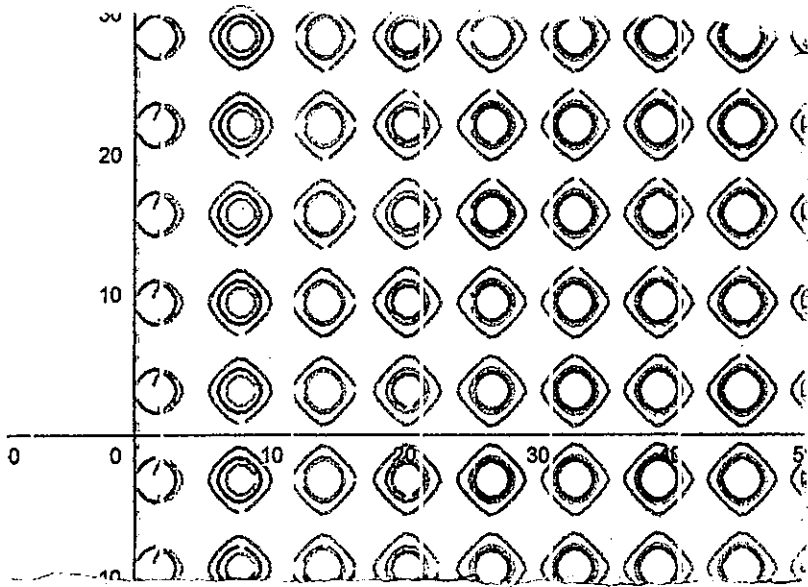
3. 結果・考察

もとにしたグラフは円がたたくま並んでいるようなグラフだったが、
 $\cos(y)$ の係数を大きくするとx軸に平行な直線に近いグラフになり、
 係数を16くらいにしてからはそれ以上大きくしてもあまり変化し
 なかった。 $\sin(x)$ の係数を大きくするとy軸に平行な直線に
 近づいていった。係数を16くらいにしてからはcosのとおり同様
 になり、あまり変化しなかった。三角係数をならべたときにsinはy座標、

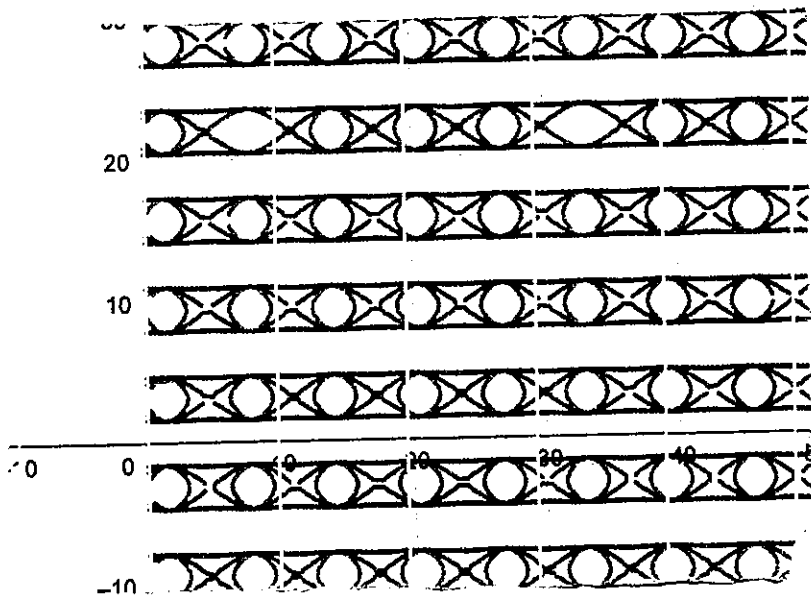
4. 参考文献

twitter

cosはx座標とならべたのでグラフが直線になったのびてく
 向きはこれに関係あるのかなと思いました。次はlogの
 係数を変えたときのグラフの動きが何に関係しているのか
 調べてみたい。



- $\log(x+x) + \cos(y) = \sin(x)$
- $\log(2+x) + \cos(y) = \sin(x)$
- $\log(16+x) + \cos(y) = \sin(x)$
- $\log(40+x) + \cos(y) = \sin(x)$

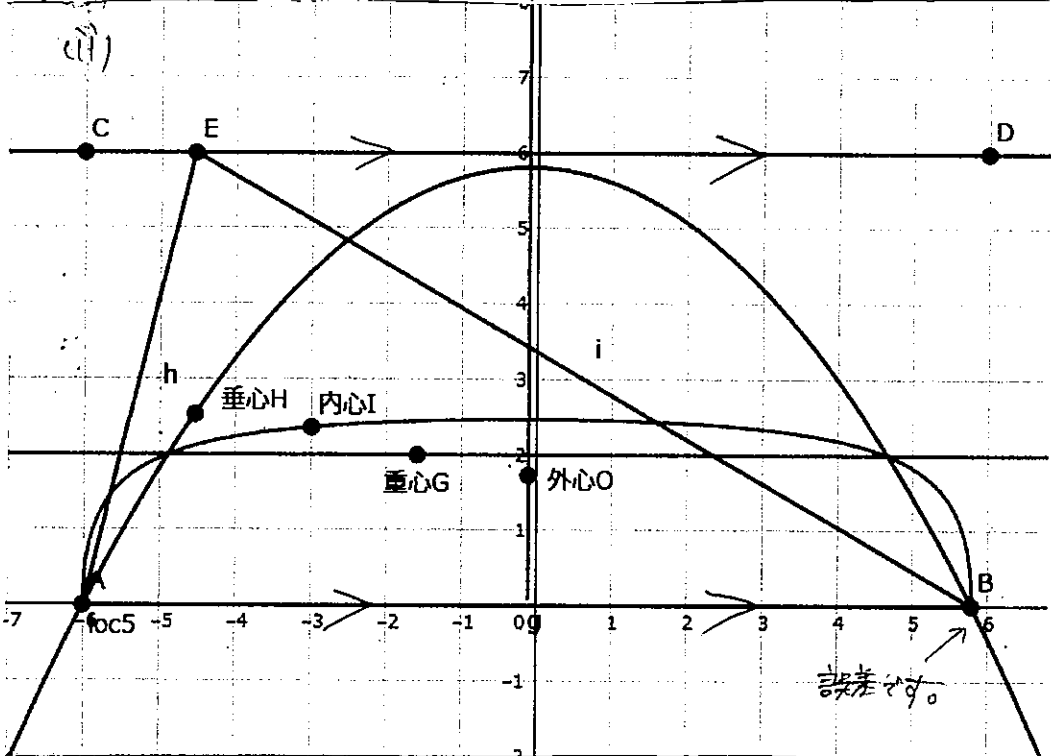
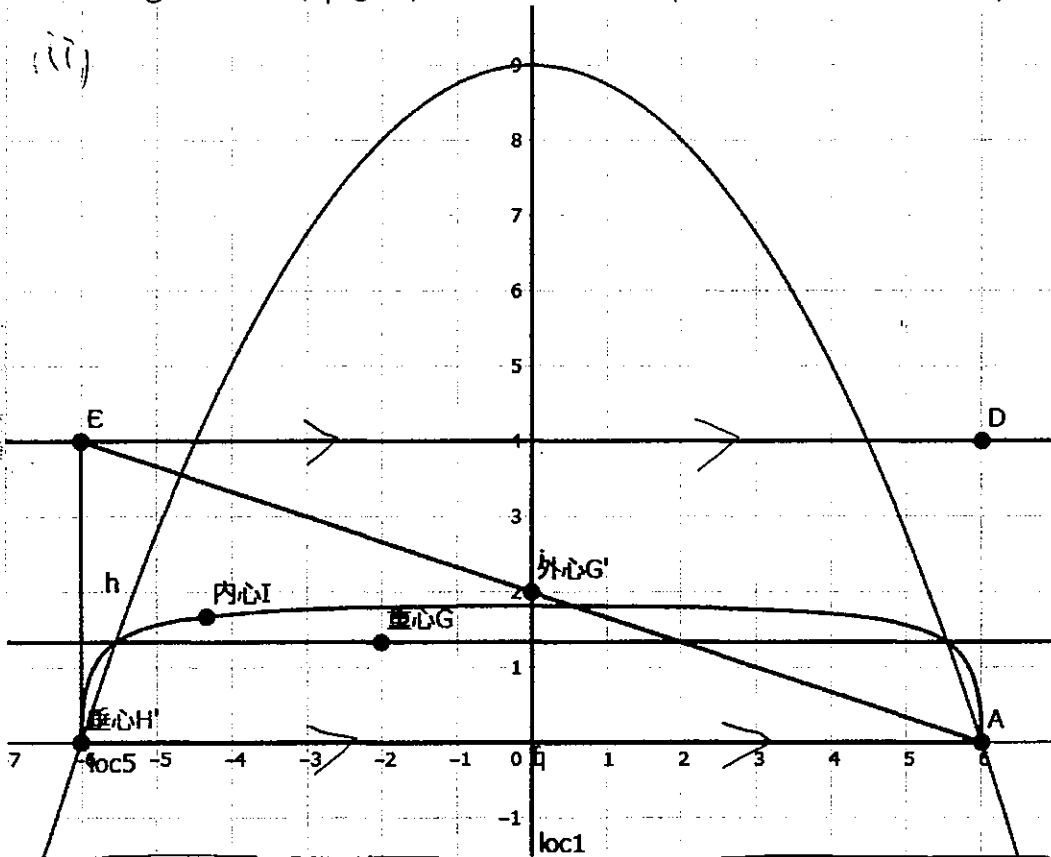


- $\log(x+x) + \cos(y) = \sin(x)$
- $\log(x+x) + 2\cos(y) = \sin(x)$
- $\log(x+x) + 16\cos(y) = \sin(x)$
- $\log(x+x) + 40\cos(y) = \sin(x)$

三角形と四心

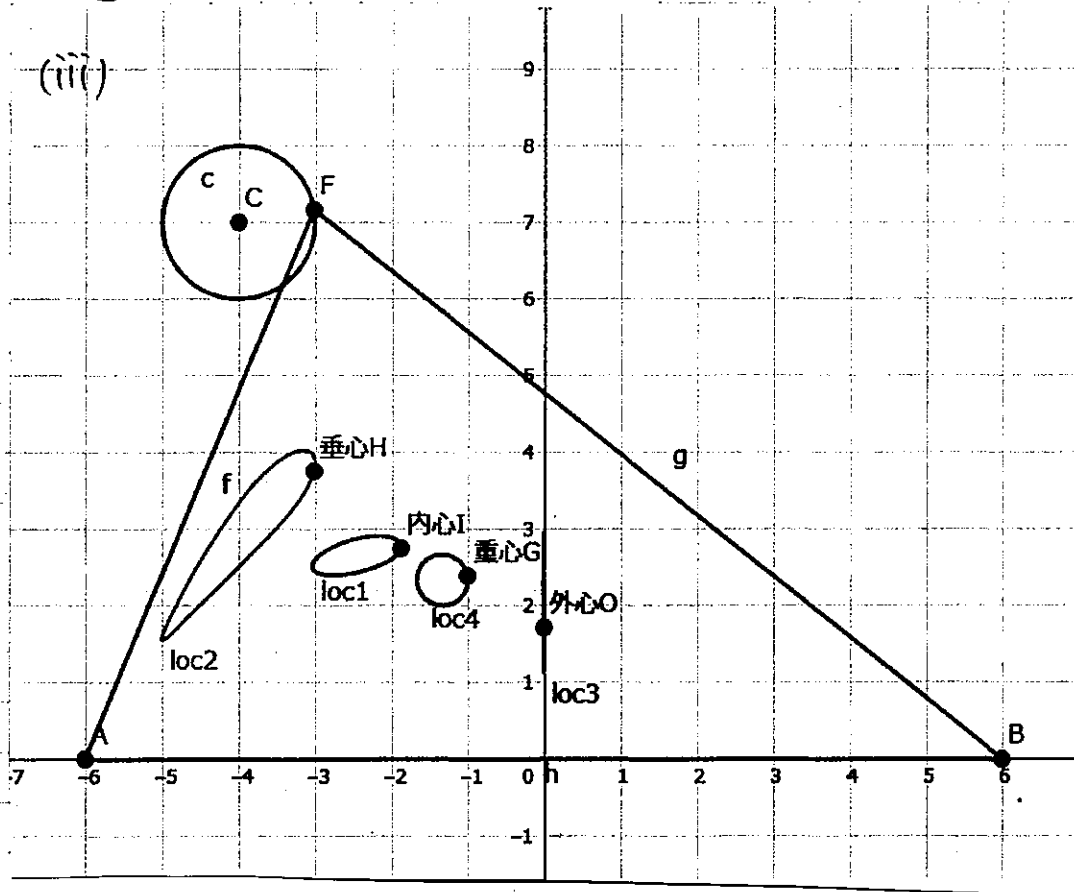
1年3組 18番 宮下敬太郎

- はじめになぜ私がこのテーマについて研究しようと思ったのか。
それは予習で「軌跡」という範囲について学習した際、とても面白いと思ったからだ。
さらに自分でも掘り進めて得意にさせようと思い、今回このようなテーマにした。
- ① 1点から対辺に対して平行に移動する場合

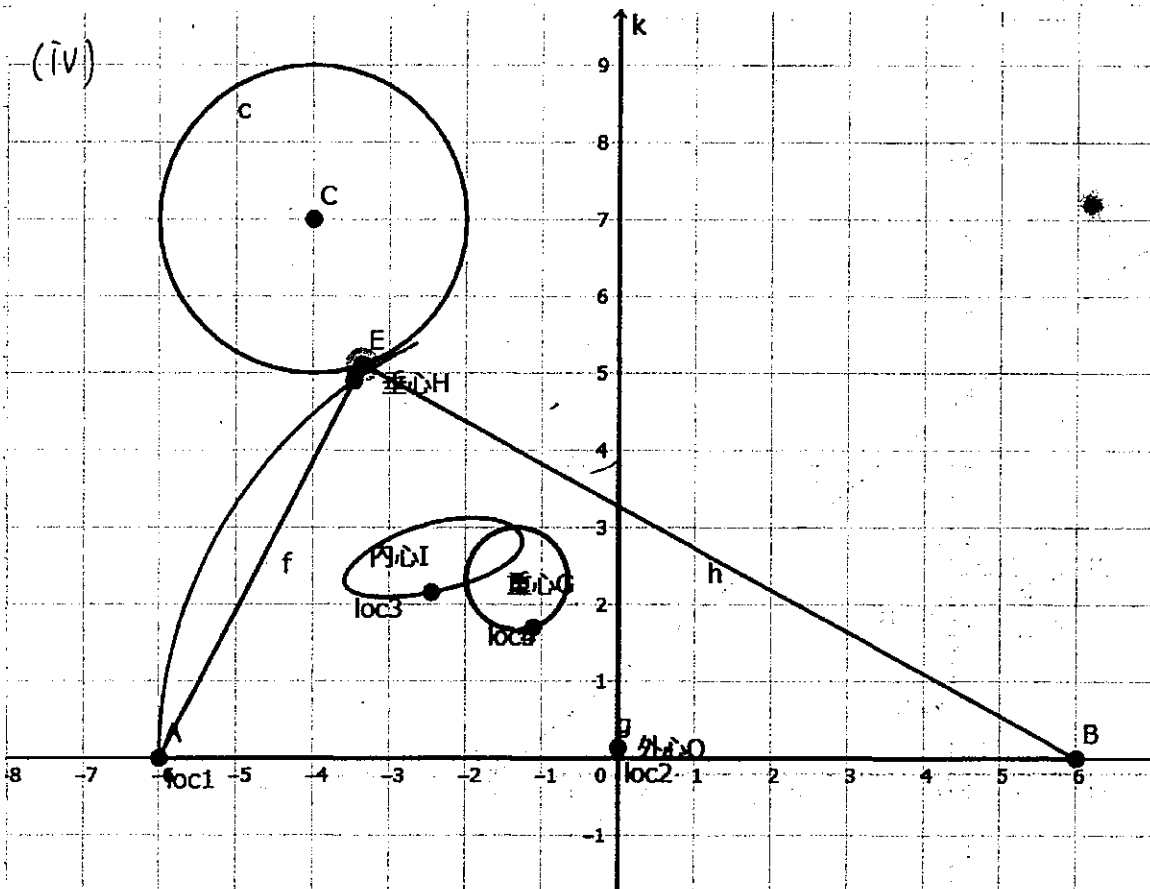


② 1点が対応に於ける円の円周上を動く場合

(iii)



(iv)



3. 考察

①

(i)でも(ii)でも,

外心は y 軸に平行な直線、内心は だ円のような曲線、
重心は x 軸に平行な直線、垂心は上に凸の二次関数のグラフを描く
ことが分かった。

そして、高さの h を変えた (i) と (ii) では、4つの点の軌跡に様々な
違いが見られた。まず、外心は高さが高くなるにつれて、最小値は大きくなった。

だが、(i)、(ii) のどちらでも最大値はないという点は変わらなかった。

次に内心は高さが高くなるにつれてひしめきが増え、最大値も大きくなった。

ただし、どんな高さでも底辺をつくる2つの点は通ることが分かった。

重心は、どんな高さであっても x 軸に平行であるが、高さが高くなるにつれて
高くなることが分かった。これは、納得しやすい。重心を下げるにつれ
高さも低くなるからである。

そして、垂心だが高さが高くなるにつれて逆に最大値は小さくなる。

また、最大値の x 座標は外心の x 座標に一致することが分かる。

② 外心のグラフは ① と同じ y 軸に平行な直線、内心は ① よりも完全なだ円、

重心は円、垂心はきまった形なく軌跡を描くことが分かった。

(iii) と (iv) では円の大まさを変えたが、円が大きくなるにつれ、

内心と重心はより大きく、外心も変域が大きくなっている。

このように、「1点が直線系の軌跡をすばいば」、直線系や関数系の軌跡、
円系の軌跡をすばいば、円やだ円系の軌跡を描くことが多いことも
読み取れる。

4. 参考

GeoGebra

テーマ 家を設計図からアプリを用いて立体にする
1年3組3番 氏名伊藤 綾花

1. はじめに

GeoGebraを用いると、座標平面上に書いた図形を立体にできる。
このことを利用して、平面に書かれる設計図のみだと想像しにくい
建物を、立体的に表現すればイメージしやすくなるだろうと思い、

2. 内容

設計図から立体をつくった。

作成グラフ・作成図形等

2.3ページ目にある。

- ①自宅の設計図で長さを調べる。
- ②座標平面上に、同じ長さの図形を書き、GeoGebraの機能を用いて立体にする。
- ③色を実際とそろえる。
(設計図にかかっている窓や玄関は省略した)

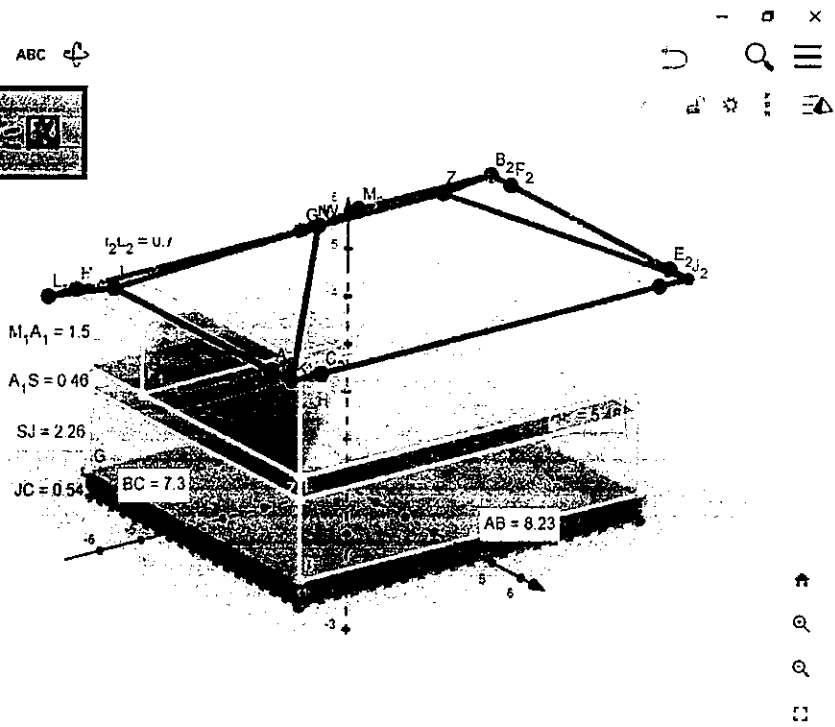
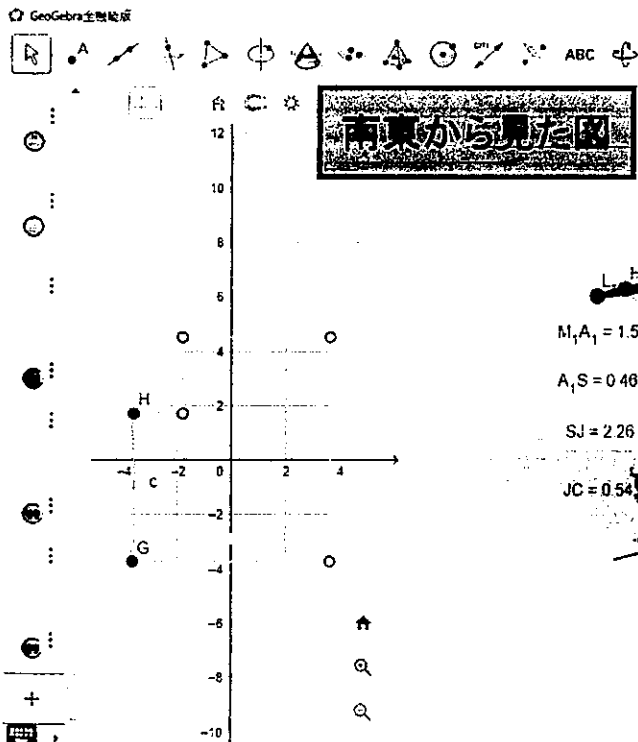
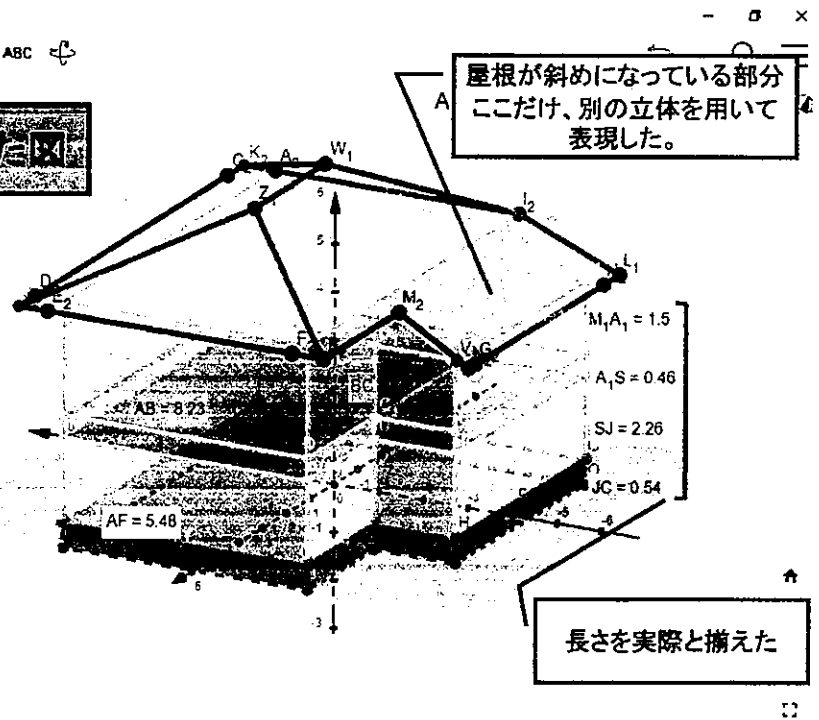
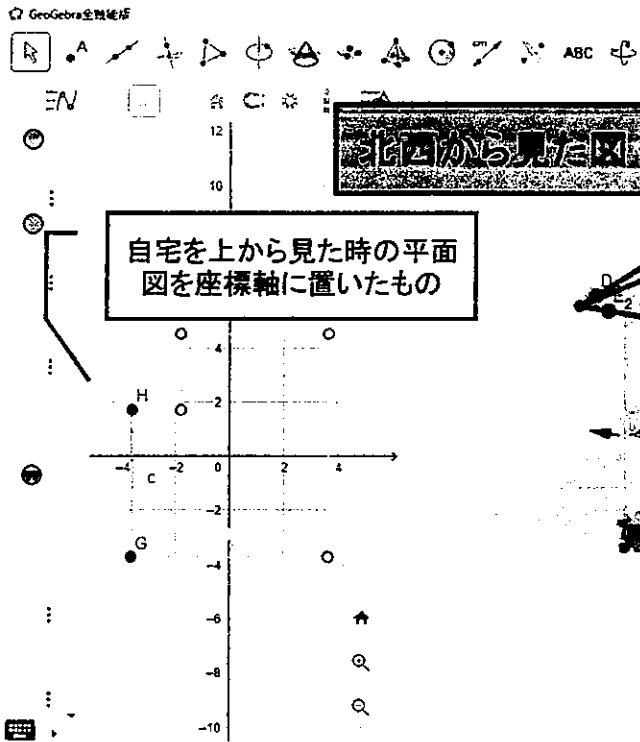
3. 結果・考察

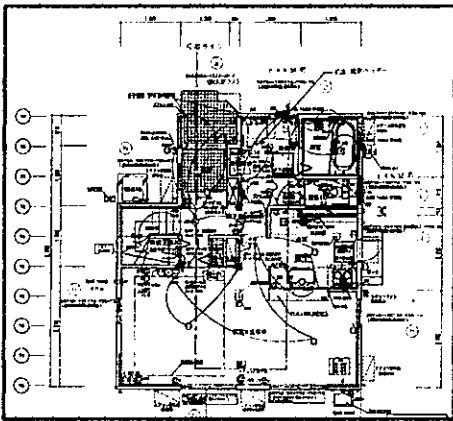
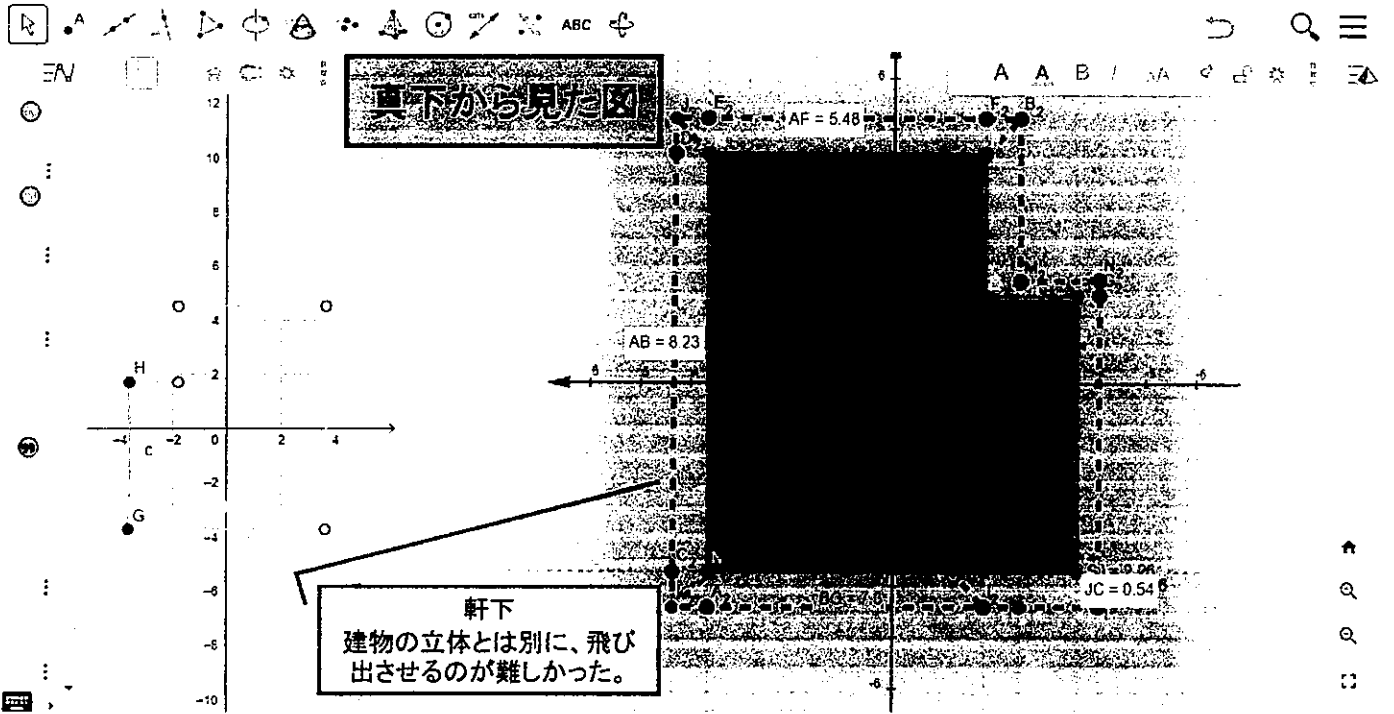
- ・平面上にかかっているものを、コンピュータを用いて立体的に表すことで、イメージしやすくなる。
- ・実際には見ることのできない(今回の場合…家を真下から見)視点からも見ることが出来る。
- ・現実ではできないこと、イメージしにくいことを、わかりやすくかつ正確に観察できる点が、コンピュータの良い点である。

4. 参考文献

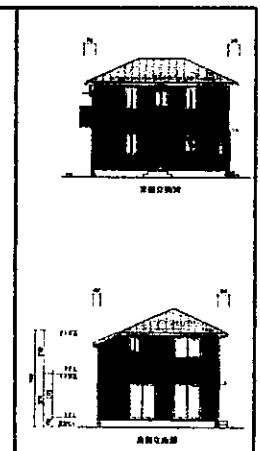
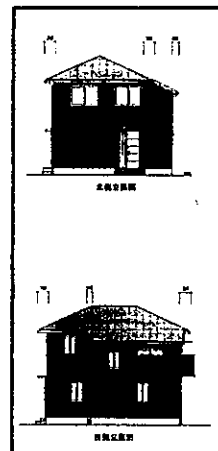
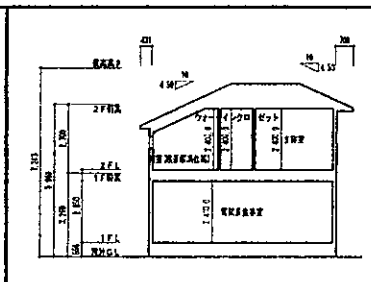
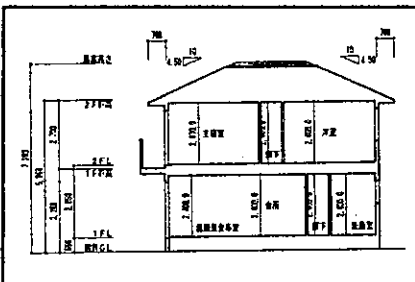
自宅建築時の設計図(3ページに記載)

作成したグラフ、図形





自宅建設時の設計図

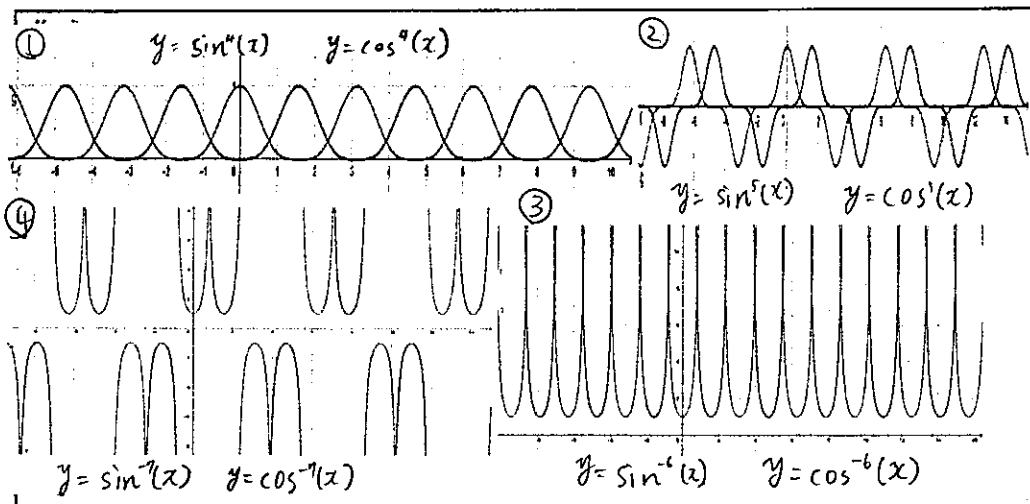


テーマ $\sin x, \cos x$ のグラフの指数による変化
 1年3組3番 氏名 鈴木 琉水

1. はじめに

授業で $\sin 2x$ や $\sin^2 x + \cos^2 x + \square$ などのグラフを書いたとき
 あまりにも美しい波形をしていたので、指数を増やしたらどんな
 グラフになるのか、そして2つのグラフがどのように交わるのかが気になり調べた。

2. 内容



内容

$\sin x, \cos x$ を同じ指数にし、指数を正の①偶数 ②奇数、負の③偶数 ④奇数 (このとき正負) の4パターンに分けて調べた。

結果 & 考察 (★…結果 → 考察)

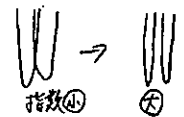
★どの場合も数字を大きくすればするほどグラフはどんな形になり、 $\llcorner \llcorner \llcorner$ に近づいた
 → 変化の割合が大きくなったから。

★②、④のとき \sin, \cos は両方とも正、負どちらの値もとったが、① ③ のときは
 \sin, \cos ともに、正の値しかとらなかった。
 → 単純に2乗したらいつでも正になるから。

★①のとき、どれだけ数を大きくしても、 \sin, \cos のグラフは互いに等間隔で山を作った。
 → $\sin x, \cos x$ のグラフを重ねたときと同じように
 両方のグラフは一定間隔で同じ値をとることをくり返すから。

ex) $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 30° 間隔で同じ値をとる

★③、④のとき指数を大きくすればするほど2つのグラフの間は広がり、また互いに平行
 になり、交わりなくなった。



→ どちらも軸は同じであったことから、変化の割合の増加によりグラフがほぼU字型に
 近くなり交わりなくなったのではないかと。

感想 指数の値により、グラフは驚くほどの変容を見せたので、とても面白く神秘的だった。
 いつでも2つの $\sin x, \cos x$ のグラフは互いに交わり、つよくとるので恋人同士のように感じた。

参考文献 ほとんど無し

$$\begin{array}{lll}
p_2(x) = -\frac{1}{12}x + 6.3. & (-8.3 \leq x \leq -5.52) & r_3(x) = -\frac{1}{4}x + 7.487. \quad \left(2.64 \leq x \leq \frac{93}{16}\right) & t_4(x) = \frac{1}{4}x + 2.2. \quad (5.351 \leq x \leq 6.05) \\
q_2(x) = \frac{1}{1.1}x - 14.53. & (-8.3 \leq x \leq -5.4) & s_3(x) = 10x - 57.45. & (6.345 \leq x \leq 6.5) & f_5(x) = 4x - 24.3. \quad (7.0487 \leq x \leq 7.6) \\
r_2(x) = \frac{1}{2}x + 9.5. & (-5.5 \leq x \leq -3) & t_3(x) = -10x + 64.2. & \left(\frac{93}{16} \leq x \leq 6.22\right) & g_5(x) = \frac{1}{10}x - 5.345. \quad (6.35 \leq x \leq 7.6) \\
s_2(x) = -\frac{1}{15}(x+1)^2 + 10.9. & (-5.4 \leq x \leq 3.4) & f_4(x) = 2x - 10.45. & (6.22 \leq x \leq 7.1) & \\
t_2(x) = -\frac{1}{7}(x-2.7)^2 + 9.65. & (3.4 \leq x \leq 6.5) & g_4(x) = -2.98x + 24.9. & (6.345 \leq x \leq 7.1) & \\
f_3(x) = -(x+1.9)^4 + 9.4. & (-3.18 \leq x \leq -2.05) & h_4(x) = -\frac{1}{10}(x-0.3)^2 + 12.2. & (-5.4 \leq x \leq 6.5) & \\
g_3(x) = -\frac{x}{100} + 6.68. & (-3.18 \leq x \leq 0.4) & p_4(x) = -\frac{1}{5}(x+3.2)^2 + 6.5. & (-3.85 \leq x \leq -1) & \\
h_3(x) = \frac{x}{2} + 6.47. & (0 \leq x \leq 1.4) & q_4(x) = -\frac{1}{5}(x-3.2)^2 + 6.5. & (1 \leq x \leq 3.85) & \\
p_3(x) = \frac{x^2}{20} + 6.46. & (0 \leq x \leq 2.6) & r_4(x) = -\frac{1}{4}x + 2.2. & (-6.24762 \leq x \leq -5.351) & \\
q_3(x) = (x-1.2)^2 + 4.7. & (2.64 \leq x \leq 3.4) & s_4(x) = -4x - 25. & (-7.843 \leq x \leq -7.271) &
\end{array}$$

3. 結果・考察

関数で絵を描いただけなので主に考察することはないのだが、この絵では目の楕円部分以外は一次関数と二次関数のみで構成されているので高校一年までの知識のみで十分なクオリティーを出すことができることが分かった。また、髪などの部分においては二次関数、四次関数を用いることによって自然な感じにできることが分かった。

4. 参考文献

<画像元>

トゥーンリンク - 大乱闘スマッシュブラザーズ for 3DS/WiiU 攻略・交流 Wiki*

<https://wikiwiki.jp/wiiu3ds/go/%E3%83%88%E3%82%A5%E3%83%BC%E3%83%B3%E3%83%AA%E3%83%B3%E3%82%AF>

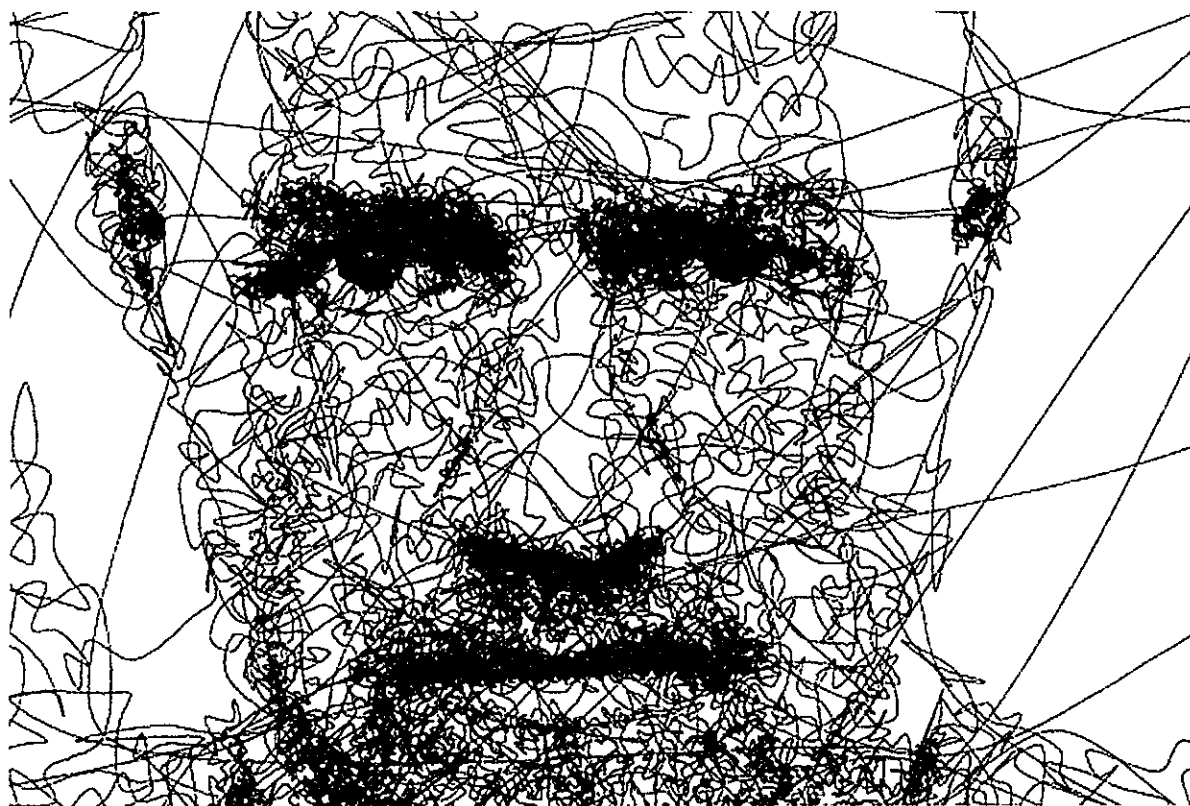
<参考サイト>

楕円の方程式

http://www.geisya.or.jp/~mwm48961/kou3/quadratic_1.htm

一筆書きと経路の数

↓これも一筆書き



Nisimura Satoshi

12/14/2019

一筆書きの経路の数について大変興味を持ったため、今回調べることにした。特に、円と正多角形を組み合わせた場合について考えた。本レポートは入試問題を使いながら進めていく形式である。(本レポートの最後には1題問題をつけておいた。そのため、解法を見る前に解いてみてほしい。)

一筆書きと経路の数

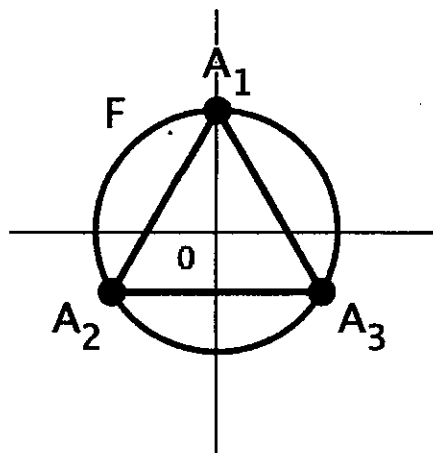
正 n 角形とその外接円を合わせた図形を F とする。 F 上の点 P に対して、始点と終点がともに P であるような、図形の一筆書きの経路の数を $N(P)$ で表す。正 n 角形の頂点を1つとって A とし、 $a = N(A)$ とする。また、正 n 角形の辺を1つとってその中点を B とし、 $b = N(B)$ とする。このとき、 a と b を求めよ。

注：一筆書きとは、図形をかき始めから書き終わりまで、筆を紙から離さず、また同じ線上を通らずにかくことである。

[京都大]

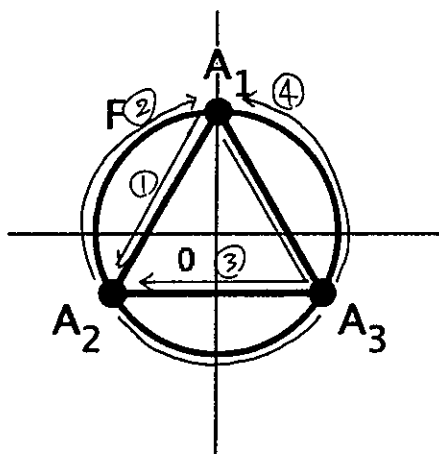
まず、 $n = 3$ の場合を考える。正三角形の頂点を順に A_1, A_2, A_3 とし、反時計回りに並んでいるとする。

(前半) 始点を A_1 とすると、終点は A_1 である。かき始めは $A_1 \rightarrow A_2, A_1 \rightarrow A_3$ の2つの場合があるが、両者の一筆書きの経路は等しい。

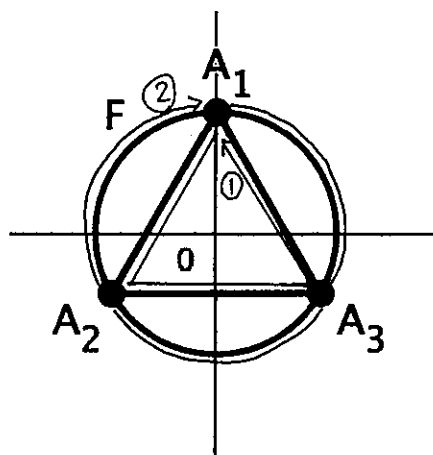


$A_1 \rightarrow A_2$ の場合、一筆書きの経路は A_2, A_3 で折り返すとき([1])、一周して A_1 で折り返すとき([2])、折り返さないとき([3])の3つの場合に分かれる。以下の図はその一例である。

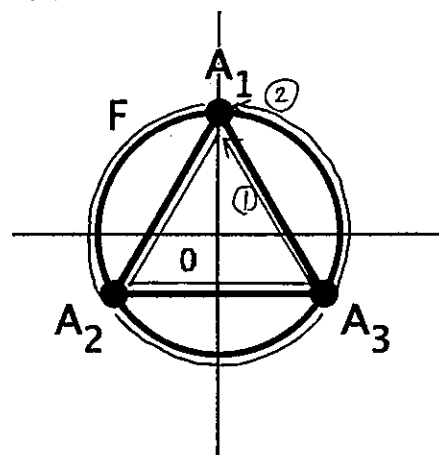
[1]



[2]



[3]



[1]の場合の経路を具体的に表す。

(i) (A_2 で折り返す) $A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_1 \rightarrow A_3 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow A_1$

この経路の数を考える。 $A_1 \rightarrow A_2$ は三角形の辺と円弧の2通りの選び方があるから2通り。 $A_2 \rightarrow A_1$ は残りの1通り。 $A_1 \rightarrow A_3$ は2通り。以下同様にして、これらの経路の数は $2 \times 1 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 = 2^3$ (通り)

(ii) (A_3 で折り返す) $A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow A_2 \rightarrow A_1 \rightarrow A_3 \rightarrow A_1$

(i)と同じように考えると、経路の数は $2 \times 2 \times 1 \times 1 \times 2 \times 1 = 2^3$ (通り)

[2]の場合 $A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow A_1 \rightarrow A_3 \rightarrow A_2 \rightarrow A_1$

この経路の数は $2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 \times 1 = 2^3$ (通り)

[3]の場合 $A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow A_1$

この経路の数は $2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 \times 1 = 2^3$ (通り)

よって、[1], [2], [3]を合わせた経路の数は $2^3 \times 2 + 2^3 + 2^3 = 2^3 \times 4$ (通り)

$A_1 \rightarrow A_3$ の場合も同様の数であるから、経路の総数は $2 \times (2^3 \times 4) = 2^4 \times 4$ (通り)

(後半) B は辺 A_1A_2 の midpoint としてよい。

A_1 と A_2 の間のかき方について、始点が A_1 の場合はかき始めの経路の選び方が辺と弧の2通りあったが、始点が B の場合は辺だけになり、 A_1A_2 間以外の部分の経路の数は(前半)と同じように考えることができる。

よって、 $b = N(B)$ は $a = N(A)$ の半分である。

すなわち、 $b = \frac{a}{2} = 2^4 \times 2$ (通り)

以上から $n = 3$ の場合が示された。一般の正 n 角形の場合も $n = 3$ の時と同様にして、 a, b を求めればよい。

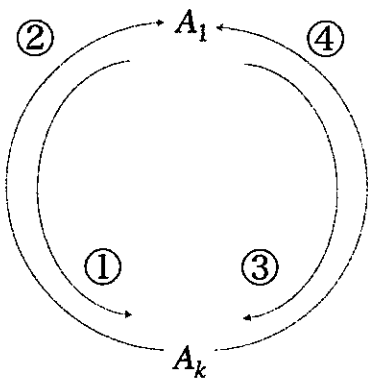
(前半) 正 n 角形の頂点を順に A_1, A_2, \dots, A_n とし、反時計回りに並んでいるものとする。

以下、始点を A_1 として考える。終点は A_1 で、途中で A_1 を通るのは1回だけである。

かき始めは $A_1 \rightarrow A_2$ と $A_1 \rightarrow A_n$ の2つの場合があるが、両者の一筆書きの経路の数は等しい。

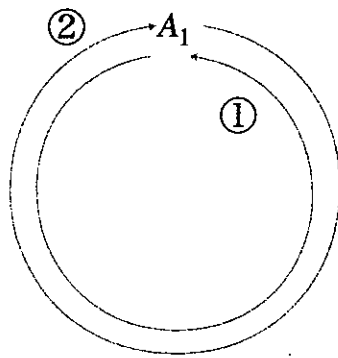
$A_1 \rightarrow A_2$ の場合、一筆書きの経路は $A_k (2 \leq k \leq n)$ で折り返す時([1])、一周して A_1 で折り返すとき([2])、折り返さないとき([3])の3つの場合に分かれる。

[1]

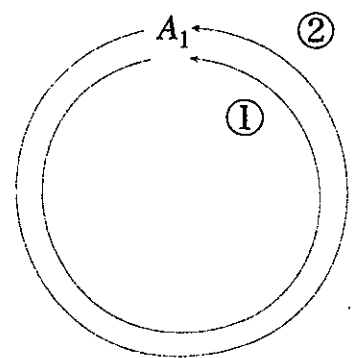


$(2 \leq k \leq n)$

[2]



[3]



[1]経路の数は

$$\begin{aligned} & (\text{①と③の経路の選び方の数}) \times (\text{A}_k\text{の選び方の数}) \\ & = 2^n \times (n-1) \quad (\text{通り}) \end{aligned}$$

[2]と[3]の経路の数はどちらも 2^n 通り (※)

$$\text{以上から } a = 2 \times \{2^n(n-1) + 2^n + 2^n\} = 2^{n+1}(n+1)$$

(後半) B は辺 A_1A_2 の中点としてよい。

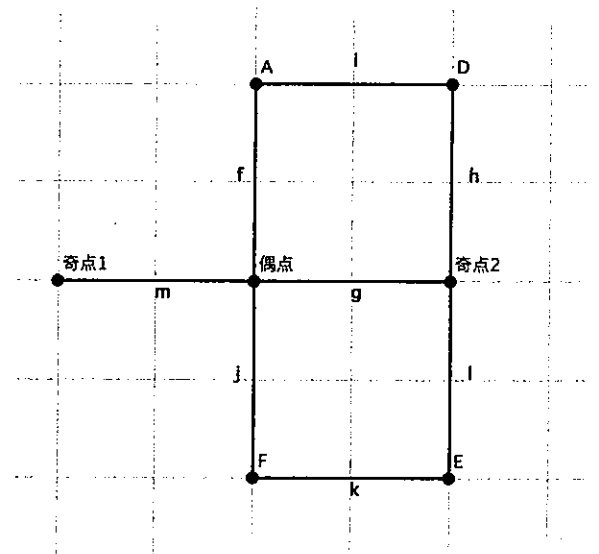
A_1 と A_2 の間のかき方について、始点が A_1 の場合はかき始めの経路の選び方が辺と弧の2通りあったが、始点が B の場合は辺だけになり、 A_1A_2 間以外の部分の経路の数は(前半)と同じように考えることができる。

よって、 $b = N(B)$ は $a = N(A)$ の半分である。

$$\text{すなわち、 } b = \frac{a}{2} = 2^n(n+1)$$

[参考] 図形の一筆書きが可能かどうか判定する方法として、次の定理を紹介しておく。

定理 線の端点および線と線の交点のうち、奇数本の線が出ている点を奇点、偶数本の線が出ている点を偶点という。この時、図形が一筆書きが可能であるために



は、次のいずれかが成り立てばよい。

(1)偶点だけである。

(2)奇点の個数がちょうど2個である。

この定理によれば、主題の図形は偶点だけからなる（各点からは4本の線が出ている9）ので、一筆書きが可能であることがわかる。

類題を解いてみよう

平面上に半径1と半径2の同心円 C_1 と C_2 がある。自然数 n に対して、 C_2 の周を $3n$ 等分する $3n$ 個の点がある。この $3n$ この点の中から異なる3点を選ぶとき、次の(※)を満たす選び方の総数を $a_k(k = 0, 1, 2, 3)$ とする。

(※) 選んだ3点を頂点とする三角形の辺のうち、ちょうど k 個が C_1 の周と共有点を持つ。

- (1) $n = 2$ のとき、 a_0, a_1, a_2, a_3 を求めよ。
- (2) $n \geq 2$ のとき、 a_0, a_1, a_2, a_3 を n の式で表せ。

[横浜国大]

解法

(1) $n = 2$ のとき、 C_2 の周を6等分する6個の点を、反時計回りの順に A_1, A_2, \dots, A_6 とする。

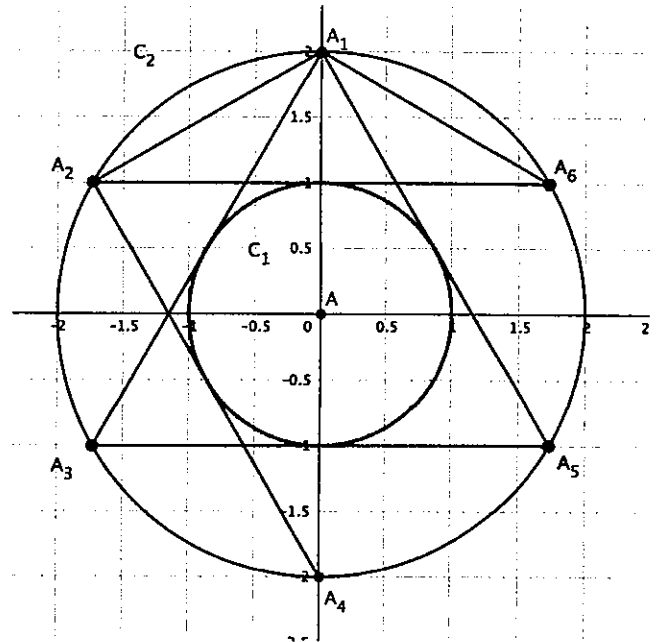
この6個の点のうち、3点を頂点とする三角形の種類は、

$\triangle A_1 A_2 A_6$ と合同な二等辺三角形

$\triangle A_1 A_2 A_4$ と合同な直角三角形

$\triangle A_1 A_3 A_5$ と合同な正三角形

の三種類である。



また、図形の対称性から、合同な三角形どうしは、 C_1 の周と共有点をもつ辺の個数が等しい。

$\triangle A_1 A_2 A_6$ は、辺 $A_2 A_6$ が C_1 の周と接するから、共有点をもつ辺の個数は1個である。

また、 $\triangle A_1 A_2 A_6$ と合同な三角形は6個ある。

$\triangle A_1 A_2 A_4$ は、辺 $A_1 A_4$ が C_1 の周と交わり、辺 $A_2 A_4$ が接するから、共有点をもつ辺の個数は2個である。（ $\triangle A_1 A_2 A_4$ は C_1 の周と共有点を3個もつが、共有点をもつ辺は2辺）

また、 $\triangle A_1 A_2 A_4$ と合同な三角形は、辺 $A_1 A_4$ を斜辺とする直角三角形が4個あり、斜辺の選び方は3通りあるから

$$3 \times 4 = 12 \text{ (個)}$$

$\triangle A_1 A_3 A_5$ は、3辺がそれぞれ C_1 の周と接するから、共有点をもつ辺の個数は3個である。

また、 $\triangle A_1 A_3 A_5$ と合同な三角形は2個ある。

以上から $a_0 = 0, a_1 = 6, a_2 = 12, a_3 = 2$

(2) $n \geq 2$ のとき、 C_2 の周を $3n$ 等分する $3n$ 個の点を、反時計回りに A_1, A_2, \dots, A_{3n} とする。

$A_1 \sim A_{3n}$ は C_2 の周を $3n$ 等分する点であり、 A_{n+1}, A_{2n+1} はそれぞれ、 A_1 から n 番目、 $2n$ 番目の点であるから $A_1 A_{n+1} = A_{n+1} A_{2n+1} = A_{2n+1} A_1$

よって $\triangle A_1 A_{n+1} A_{2n+1}$ は正三角形であり、3辺はそれぞれ C_1 の周と接する。

これを踏まえ、 A_1 を頂点の 1 つとする三角形に着目して考える。

[1] $k = 0$ のとき

A_1 を頂点とする三角形のうち、他の 2 頂点がともに A_1 からみて反時計回りの方向にあるものは、 A_1 以外の 2 頂点が A_1 と A_{n+1} の間にあればよいか

ら
 $(n+1) - 1 - 1 = n - 1$ (個) (植木算に注意)

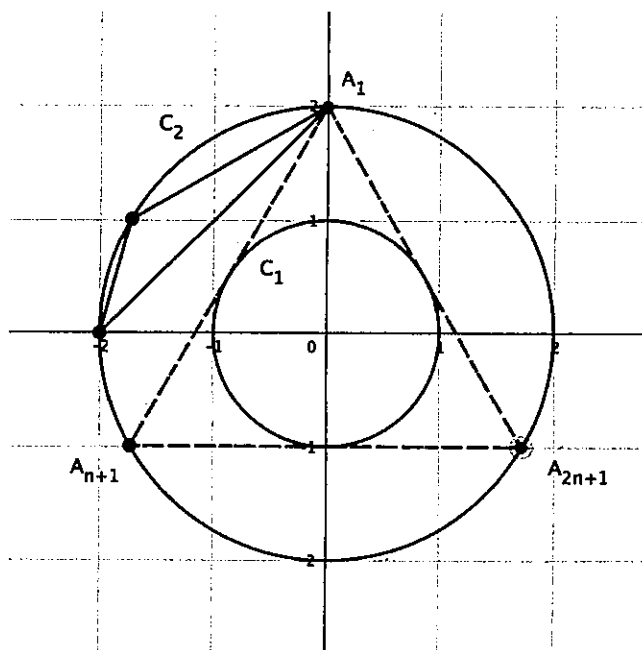
の中から 2 個選ぶ組合せより

${}_{n-1}C_2$ 個 (ただし、 $n \geq 3$)

A_2, A_3, \dots, A_{3n} を頂点とする三角形についてもそれぞれ同様に考えると

$$a_0 = 3n \times {}_{n-1}C_2 = 3n \times \frac{(n-1)(n-2)}{2} = \frac{3}{2}n(n-1)(n-2)$$

この式は、(1) から $n = 2$ のときも成り立つ。



[2] $k = 2$ のとき

A_1 を頂点とする三角形について、 A_1 を含む 2 辺が C_1 の周と共有点をもつのは、 A_1 以外の 2 頂点が A_n と A_{2n+2} の間にあるときである。

このうち、 $\triangle A_1 A_{n+1} A_{2n+1}$ のみが C_1 の周と共有点を3個もつ。

よって、 A_1 を含む2辺のみが共有点をもつものは $(_{n+1}C_2 - 1)$ 個

A_2, A_3, \dots, A_{3n} を頂点とする三角形についてもそれぞれ同様に考えると

$$a_2 = 3n({}_{n+1}C_2 - 1) = \frac{3}{2}n(n-1)(n+2)$$

[3] $k = 3$ のとき

A_1 を頂点とする三角形のうち、 C_1 の周と共有点を3個もつものは $\triangle A_1 A_{n+1} A_{2n+1}$ のみである。

A_2, A_3, \dots, A_n を頂点とする三角形も、それぞれ1個ずつあるから $a_3 = n$

[4] $k = 1$ のとき

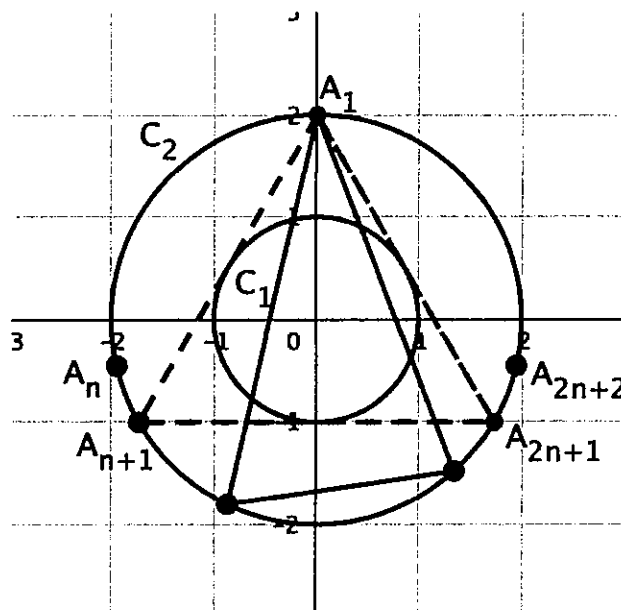
k の取りうる値は0, 1, 2, 3のいずれかであるから

$$a_1 = {}_{3n}C_3 - (a_0 + a_2 + a_3) = \frac{3}{2}n^2(n-1)$$

[1]~[4]をまとめると

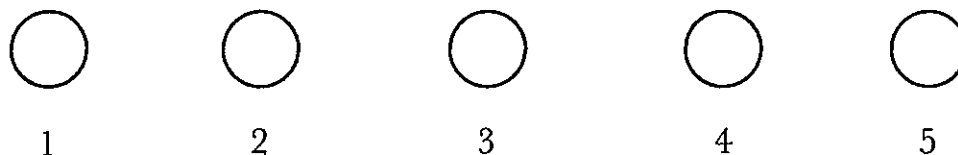
$$a_0 = \frac{3}{2}n(n-1)(n-2), \quad a_1 = \frac{3}{2}n^2(n-1)$$

$$a_2 = \frac{3}{2}n(n-1)(n+2), \quad a_3 = n$$



[参考] 植木算をする目的と使用法

図



本問では植木算を用いた演算が登場する。そのため植木算をする目的と使用法を解説したいと思う。

上図のように左から5つの円が並んでおり、1番目と5番目の間にある円の個数を求めたいときに植木算を用いる。ここでは $5 - 1 - 1 = 3$

となる。

これを一般化しようと思う。右から順に $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ の円が並んでいるとき、 a_0 から a_n の間にある円の個数を求めると $a_0 - a_n - 1$

末尾の -1 が重要である。

参考文献

チャート式問題集 I+A 数研出版 チャート研究所編著

GeoGebraアプリケーション

表紙画像

[https://www.google.com/imgres?](https://www.google.com/imgres?imgurl=https%3A%2F%2Fd2ygv0wrq5q6bx.cloudfront.net%2Fuploads%2Fimage%2Ffiles%2F97832%2Fe6c08f1154ec41dd362f55ece1243c7411cb18f3.jpg&imgrefurl=https%3A%2F%2Fgetnews.jp%2Farchives%2F1789819&tbnid=tnylwmqm7-SH_M&vet=12ahUKEwi0-oe8lK3mAhVE7ZQKHW3VBiEQMygLegUIARDeAg.i&docid=6vqqvBeTb4c5UM&w=1200&h=675&q=一筆書き&client=safari&ved=2ahUKEwi0-oe8lK3mAhVE7ZQKHW3VBiEQMygLegUIARDeAg)

[imgurl=https%3A%2F%2Fd2ygv0wrq5q6bx.cloudfront.net%2Fuploads%2Fimage%2Ffiles%2F97832%2Fe6c08f1154ec41dd362f55ece1243c7411cb18f3.jpg&imgrefurl=https%3A%2F%2Fgetnews.jp%2Farchives%2F1789819&tbnid=tnylwmqm7-SH_M&vet=12ahUKEwi0-oe8lK3mAhVE7ZQKHW3VBiEQMygLegUIARDeAg.i&docid=6vqqvBeTb4c5UM&w=1200&h=675&q=一筆書き&client=safari&ved=2ahUKEwi0-oe8lK3mAhVE7ZQKHW3VBiEQMygLegUIARDeAg](https://www.google.com/imgres?imgurl=https%3A%2F%2Fd2ygv0wrq5q6bx.cloudfront.net%2Fuploads%2Fimage%2Ffiles%2F97832%2Fe6c08f1154ec41dd362f55ece1243c7411cb18f3.jpg&imgrefurl=https%3A%2F%2Fgetnews.jp%2Farchives%2F1789819&tbnid=tnylwmqm7-SH_M&vet=12ahUKEwi0-oe8lK3mAhVE7ZQKHW3VBiEQMygLegUIARDeAg.i&docid=6vqqvBeTb4c5UM&w=1200&h=675&q=一筆書き&client=safari&ved=2ahUKEwi0-oe8lK3mAhVE7ZQKHW3VBiEQMygLegUIARDeAg)

オリンピック

10436 前川 琴音

1、はじめに

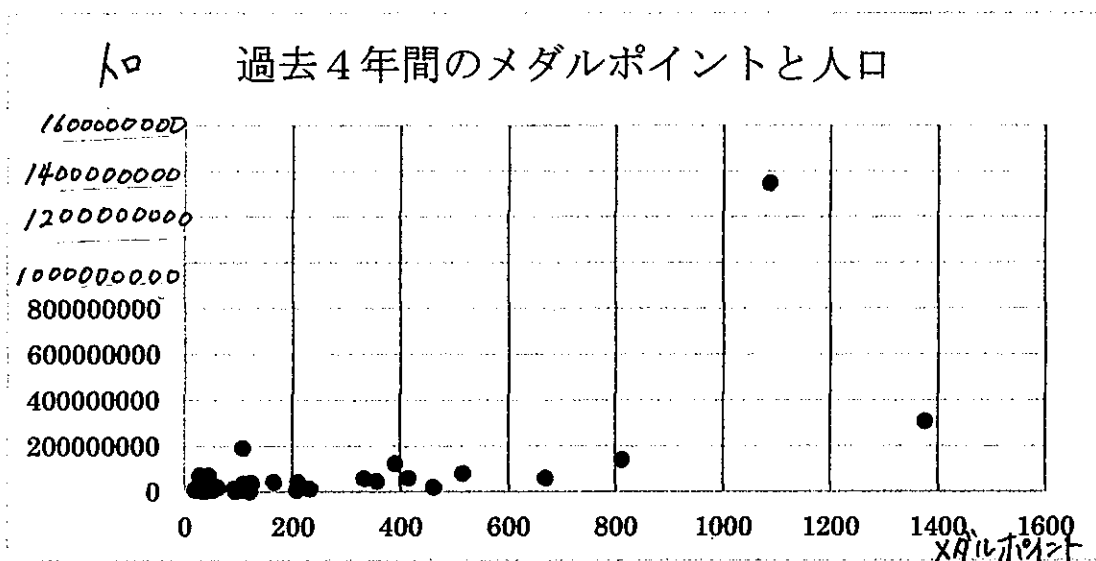
今年の夏に、オリンピックが開催される。4年に一度ということ、さらに、日本で開催されるということで、今まで以上に注目されていることだろう。そんな中、オリンピックに出場する国の面積や人口などは、メダル獲得数と関係があるのか気になったので調べることにした。

2、内容

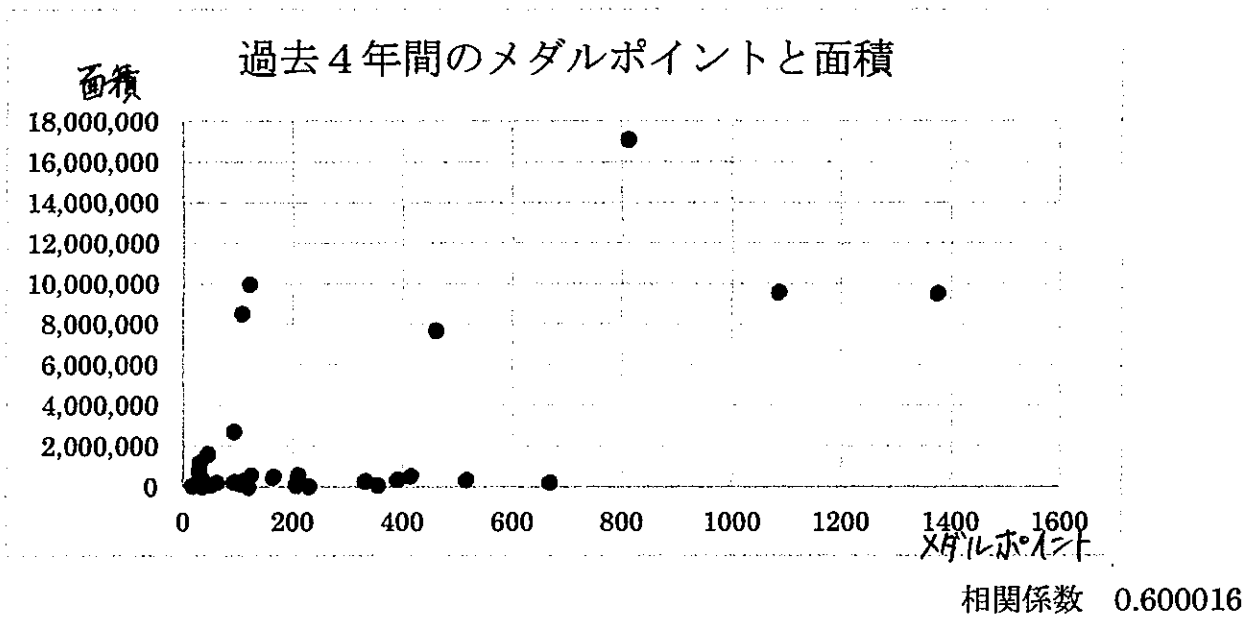
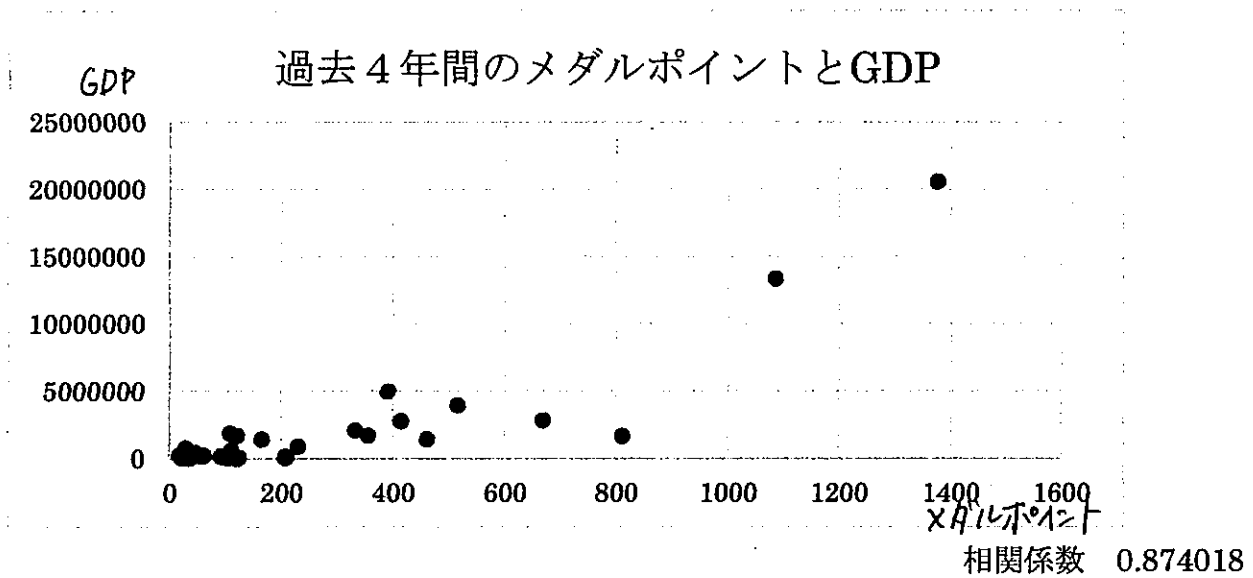
～手順～

- ① 2004年～2016年までのオリンピックで、メダルを獲得した国を調べる。
(ただし、金・銀・銅のメダルの合計が10個以上のところに限る)
- ② 金メダルを1つにつき5点、銀メダルを3点、銅メダルを1点とし、メダルポイントとする。
- ③ ①の国の人口、GDP、面積を調べる。
- ④ 散布図を作って、相関係数を求める。

3、結果



相関係数 0.626774



上のグラフの結果を見て、オリンピックのメダル獲得数に対して、人口、GDP、面積ともに正の相関があることが分かった。しかし、とくに GDP に強い正の相関がみられる。

4、考察

このことから、オリンピックのメダル獲得数は、国の豊かさが大きく関係しているといえる。しかし、人口、面積の影響は小さく、その国の地形や環境のほうが影響が大きいと考えた。また、調べてみるとその年のオリンピックの開催国は、例年と比べると獲得数が多くなっていることから、やっぱりスポーツというものは、生まれた国の環境も大切だが、一番は、まわりの応援、それに加え、選手の努力、また、組み合わせ決めなどの運、を持っているかだと思った。

5、参考文献

- <https://ja.wikipedia.org/wiki/> 国の人口順リスト
2020年1月7日
- <https://www.globalnote.jp/post-1409.html> GLOBAL NOTE
2020年1月7日
- <https://ja.wikipedia.org/wiki/> 国の面積順リスト
2020年1月7日

ベジエ曲線によるグラフの描画

1年5組14番手塚亮佑

§1 はじめに

インターネットサイトなどでグラフを利用した絵を見かける。そこで私はグラフを使って絵を描くことにした。

§2 内容

今回使用したアプリケーションは desmos (<https://www.desmos.com>) である。このアプリを利用した理由として、負荷の少なさ、描画の質の良さ、スマートフォンで利用可能という点があげられる。

今回作成したグラフは右図である。

(<https://www.desmos.com/calculator/mvhehtsfxx>)

このグラフは 235 個のグラフを一つにしたものである。使われているグラフはすべてベジエ曲線と呼ばれるものである。(後述) なお、この数のグラフを入力するために desmos のテーブルという機能を利用した。(詳しくは [learn.desmos](https://www.desmos.com/learn/tables) の Tables を参照)



§3 考察

n 次ベジエ曲線は以下のような形で表される。

$$\begin{cases} x = \sum_{k=0}^n x_k \binom{n}{k} t^k (1-t)^{n-k} \\ y = \sum_{k=0}^n y_k \binom{n}{k} t^k (1-t)^{n-k} \end{cases} (0 \leq t \leq 1)$$

今回は 3 次ベジエ曲線を利用した。この場合以下のようになる。

$$\begin{cases} x = x_0 t^3 + 3x_1 t^2(1-t) + 3x_2 t(1-t)^2 + x_3(1-t)^3 \\ y = y_0 t^3 + 3y_1 t^2(1-t) + 3y_2 t(1-t)^2 + y_3(1-t)^3 \end{cases} (0 \leq t \leq 1)$$

この時 $P_0(x_0, y_0)$, $P_3(x_3, y_3)$ は端点、

$P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ は制御点と呼ばれるものであり、

P_0 において P_0P_1 、 P_3 において P_3P_2 を接線を持つ曲線 P_0P_3 となる。(右図)



ベジエ曲線は画像データや道路形状など、様々な分野で利用されている。

§4 参考文献

「A Primer on Bézier Curves」 <https://pomax.github.io/bezierinfo>

Aleksas Riškus 「APPROXIMATION OF A CUBIC BEZIER CURVE BY CIRCULAR ARCS AND VICE VERSA」

<http://www.itc.ktu.lt/index.php/ITC/article/view/11812>

円に限りなく近い不思議な図形
1年5組22番 山田 悠貴

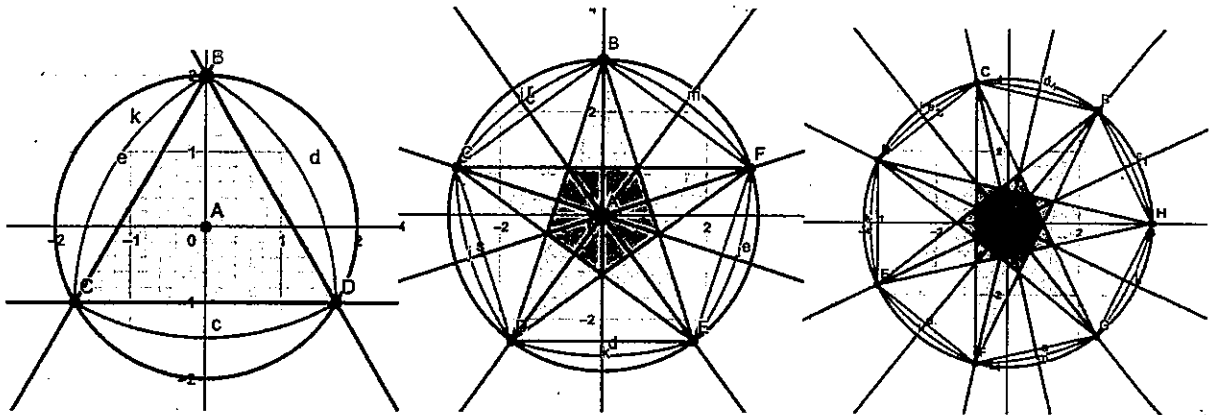
1. はじめに

「定幅図形」の中では、円が最も有名である。その図形のなかで僕はルーローの三角形に着目した。そしてその図形特有の性質について、GeoGebraを用いて、探究していこうと考えた。

2. 概要

【ルーローの図形】… 正n角形の各頂点を中心とし最も長い対角線を半径とする円を描いた場合の、それらの共通部分。

- ・ルーローの図形をx y平面上に関数で示して、特徴を読み取る。



※茶色の外枠がルーローの図形

【関数の表現方法】

- ・三角形 … 重心Aを中心に正三角形を作る。
正三角形の各頂点より対辺に同じ長さの半径の円弧を引く。
- ・三角形以外 … 中心Aから合同な三角形を組み合わせて、正多角形を作る。以下は三角形と同様。

→ 円の方程式の個数nはルーローのn角形に対応する。

即ち、

【ルーローのn角形を規定する円】(定義域に指定アリ)

$$\{x - (\text{任意の頂点の} x \text{座標})\}^2 + \{y - (\text{任意の頂点の} y \text{座標})\}^2 = (\text{正}n\text{角形の}1\text{辺の長さ})^2$$

【ルーローの面積】(内接正n角形の1辺の長さをtとする。)

三角形 → $t^2(\pi - \sqrt{3})$

五角形 → $\frac{t^2}{4} \left(\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} + \frac{\pi}{\sin^2 \frac{\pi}{10}} - \frac{5}{\tan \frac{\pi}{10}} \right)$

七角形 → $\frac{t^2}{4} \left(\frac{7}{\tan \frac{\pi}{7}} + \frac{\pi}{\sin^2 \frac{\pi}{14}} - \frac{7}{\tan \frac{\pi}{14}} \right)$

n角形 → $\frac{t^2}{4} \left(\frac{n}{\tan \frac{\pi}{n}} + \frac{\pi}{\sin^2 \frac{\pi}{2n}} - \frac{n}{\tan \frac{\pi}{2n}} \right)$

よって、ルーローの図形は一応、規則的にまとめることができる。
また、上図より $n \rightarrow \infty$ になると、限りなく外接円に近づくと推測される。

3. まとめ

今回はルーローの図形の表し方・面積について議論し、ルーローと円の緊密な関係を知ることができた。ルーローの図形はお掃除ロボやドリル、硬貨などにも広く用いられており、普遍的であるのにも関わらず、僕は謎多き図形だと考えている。ルーローの図形が動くときの軌跡や3次元への拡張ができるのかなど、もっと多くのアプローチを試してみたいと思った。

4. 参考文献

- ・ 家庭の算数・数学百科 (日本評論社) 【ルーローの三角形】
- ・ <https://mathtrain.jp/reuleaux> 【ルーローの三角形と定幅図形】
- ・ <https://wasan.hatenablog.com/entry/2015/08/28/020003>
(倭算数理研究所) 【正多角形の面積】

相関係数から見る地域産業

1年5組29番 田口結希

1. はじめに

情報とSS数学Sで相関係数を学び、自分で相関を見つけて調べてみたいと思った。社会科が好きで地域の産業に興味があったこともあり、統計に数学を用いて自治体の規模と商業、工業、農業の相関について探求した。

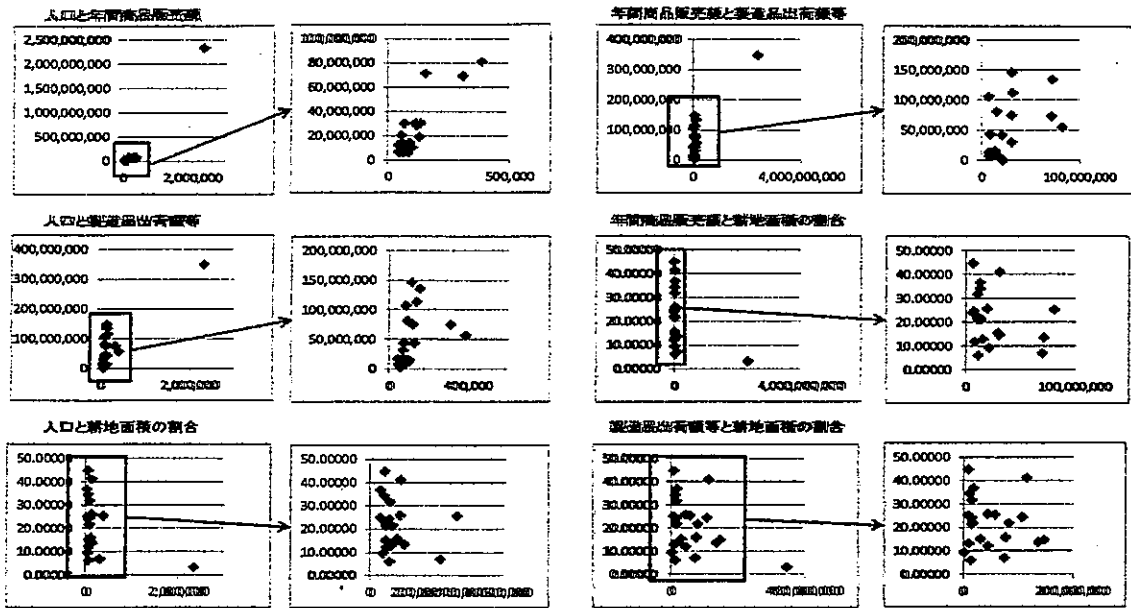
2. 内容

まず、資料として愛知県尾張地方に位置する24市の人口、年間商品販売額、製造品出荷額等、面積に占める耕地面積の割合を各市ホームページなどで調べた。この探求において年間商品販売額は商業、製造品出荷額等は工業、耕地面積の割合は農業の様子を表す指標として扱う。そしてそれらをエクセルで以下のように表にまとめそれぞれの相関係数を求めるとともに散布図をかいた。

〈エクセルで作成した図表〉

	人口(人)	年間商品販売額(万円)	製造品出荷額等(万円)	耕地面積の割合(%)
名古屋市	2,328,846	2,342,890,200	349,040,000	3.12452
一宮市	385,188	80,872,288	56,564,519	25.56668
春日井市	312,007	69,665,427	74,826,148	7.08127
小牧市	152,971	71,240,000	136,270,000	13.69209
稲沢市	137,052	30,568,600	114,191,854	41.33585
瀬戸市	130,211	19,189,400	43,635,953	26.05263
半田市	120,139	29,110,468	75,495,902	15.92155
東海市	115,114	29,913,337	147,404,065	14.89754
江南市	100,749	10,167,200	14,306,119	21.65563
大府市	92,414	13,872,797	82,533,628	21.71717
日進市	90,974	14,883,800	10,106,213	13.00487
あま市	89,164	10,618,431	14,425,278	31.82976
北名古屋市	86,268	12,360,300	16,049,021	22.21013
知多市	84,617	6,333,897	106,958,597	24.40087
尾張旭市	83,372	10,856,912	12,041,527	6.27675
犬山市	74,709	7,982,000	44,043,300	12.06943
清須市	68,840	29,952,000	31,103,900	15.21614
豊明市	68,674	11,746,000	15,223,300	21.83463
愛西市	63,932	6,702,600	8,444,359	44.97751
津島市	63,233	13,214,600	11,730,715	34.47589
長久手市	57,466	20,694,800	1,798,000	9.55916
常滑市	56,547	7,276,180	14,865,285	24.15459
岩倉市	47,562	7,246,000	7,370,653	25.11939
弥富市	44,449	12,530,800	17,057,000	36.93878
平均	202,271	119,578,668	58,561,972	21.37970046

	相関係数	名古屋を除いたときの相関係数
人口と年間商品販売額	0.069835	0.069835
人口と製造品出荷額等	0.371951671	0.371951671
人口と耕地面積の割合	-0.169820996	-0.169820996
年間商品販売額と製造品出荷額等	0.508589784	0.508589784
年間商品販売額と耕地面積の割合	-0.266957221	-0.266957221
製造品出荷額等と耕地面積の割合	-0.123344455	-0.123344455



作成した相関係数、散布図から人口と年間商品販売額と製造品出荷額等にはそれぞれ強い正の相関があると分かった。対して、それら3つのデータと耕地面積の割合には弱い負の相関がある。このことから人口が多い都市ほど商工業が盛んで農業が盛んでない傾向があるといえる。と、思った。

しかし、この場合の名古屋市は規模が非常に大きく一般の自治体とは大きな乖離があるためはずれ値として扱う必要がある。そこで、一般的な傾向としての相関を調べるため名古屋市を除く23市での相関係数、散布図も計算、作成した。

こうして改めて出た相関係数をまとめると・・・

	人口	年間商品販売額	製造品出荷額等	耕地面積の割合
人口		<u>強い</u> 正の相関	<u>弱い</u> 正の相関	ほとんど相関がない
年間商品販売額	<u>強い</u> 正の相関		正の相関	<u>弱い</u> 負の相関
製造品出荷額等	<u>弱い</u> 正の相関	正の相関		ほとんど相関がない
耕地面積の割合	ほとんど相関がない	<u>弱い</u> 負の相関	ほとんど相関がない	

つまり、人口が多い都市ほど商工業が盛んで農業が盛んでない傾向があるといえるとは言えないのである。実際はそれぞれが複雑に関係しあっていたのだ。

3. 結果・考察

地域産業の相関は思った以上に複雑だった。内容が数学とずれたため載せなかったがその1つ1つの考察もし、社会的な教養を深められた。また、はずれ値がある場合結果が大きく異なることも体感し、数学の理解も深まった。

4. 参考文献

各市ホームページ、愛知県ホームページ

様々な曲線

106 14 番 洲崎嘉宏

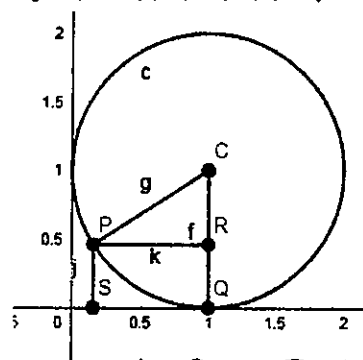
1. はじめに

世の中には様々な曲線があるので、どんな種類の曲線があり、どのように日常生活と関わっているのか気になり調べることにした。

2. サイクロイド

サイクロイドとは円を転がした時の円周上の1点が動く軌跡だ。もう少し分かりやすくいうと、道路に落ちているガムの上を自転車が通ったとする。その時にタイヤにくっついたガムが描く曲線のことだ。この曲線を三角関数の知識を使って少しずつ計算する。

図1の半径1の円がx軸に沿って転がるとする。円はタイヤに相当する。円の中心をCとする。円が転がるとCも動く。円上の点Pははじめ原点Aにあるとする。Pはくっついたガムにあたる。図で $\angle PCQ = \theta$ とすると、円が転がった距離OQは弧QPの長さに等しいので $OQ = \theta$ である。Pの座標を (x, y) とすると



$$x = OQ - PR = \theta - \sin \theta \quad y = QC - RC = 1 - \cos \theta$$

(図2の青線)となる。GeoGebraを用いて確認すると 図1

円周上の1点が動く軌跡と(図2の赤点)一致することが分かる。今は自転車がガムを踏んづけるという素朴な設定で考えたが、サイクロイドはもっと高級な力学の問題にも現れるらしい。

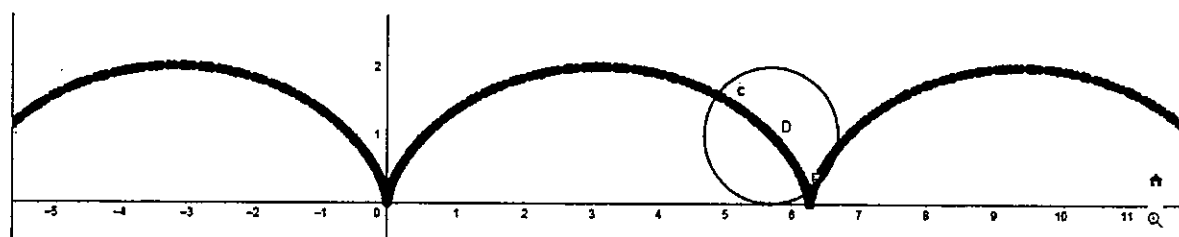


図2

3. リサージュ図形

まず、 m, n は自然数とし、 xy 平面上に点 $(\sin mt, \sin nt)$ をとる。 t が $0 \leq t \leq 2\pi$ の範囲で動く時、 $\sin mt, \sin nt$ の値が変化するから点 $(\sin mt, \sin nt)$ も動く。この点が動いた跡のことをリサージュ図形(より一般的なものもリサージュ図形と呼ばれる)という。すなわち $x = \sin mt, y = \sin nt \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$ で表せれる曲線がリサージュ図形である。

どのような図形になるのか m, n の値を変えて 4 つ描いてみた(図 3~6)。

リサージュ図形は電気工学で使われる。オシロスコープという機械で電気信号の変化の様子を調べるときにこの知識が役立つ。未知の信号の周波数を知りたいとする。これを調べるには、すでに周波数が分かっている信号と比べればよい。

既知の信号 A をオシロスコープの x 軸に、未知の信号 B を y 軸に入力する。A は $x = \sin t$ だと分かっている時、オシロスコープに図 3 のような図形が映ったとすれば、y 軸に入力した信号 B は $y = \sin 2t$ だということが分かる。

また図 4 のような図形が映った時は

y の周波数は x の周波数の $3 \div 2 = 1.5$ 倍になり、したがって、B は $y = \sin 1.5t$ であることが分かる。

$m=1, n=2$

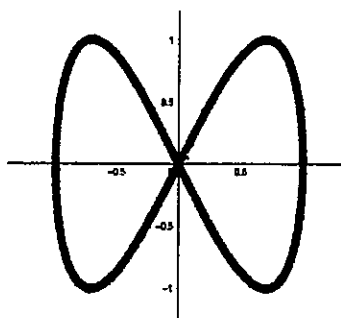


図 3

$m=2, n=3$

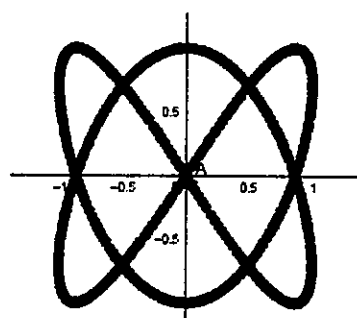


図 4

$m=3, n=4$

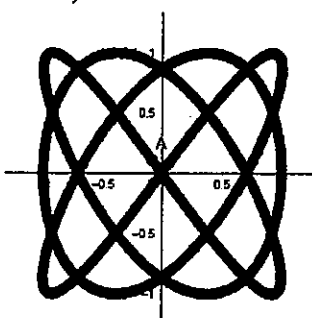


図 5

$m=4, n=5$

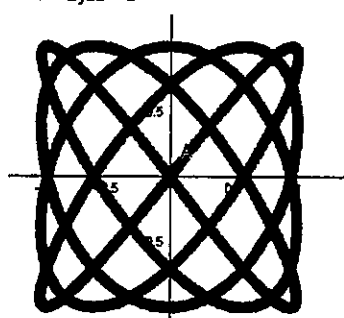


図 6

4. 内トロコイド

トロコイドとは円をある曲線に沿ってすべらないように転がした時、その円の内部または外部の定点が描く曲線のことだ。今回はその中でも内トロコイドについて紹介する。

内トロコイドはスピログラフというおもちゃを使えば簡単に楽しく作図することができる(図 7)。

外側の固定定規に沿って、内側の可動定規が転がっていく。可動定規には、中心からずれたところに複数の穴が開いており、そのうちの 1 つにペン先を差し込んで歯車を回せばきれいな図形ができる。

固定定規の半径を 1、可動定規の半径を r とする。歯車の中心 P は半径 $1-r$ の円の上を動く。この円を C と呼ぶ。

さらに歯車の中心から $d (< r)$ だけ離れたところに穴 Q が開いているとする。ここにペン先を差し込む(図 8)。

円 C の中心を原点 O とし、歯車の中心 P が毎秒 1 ラジアンで円 C 上を正の向きに動くとする。このとき固定定規と可動定規の接点 S の動きに

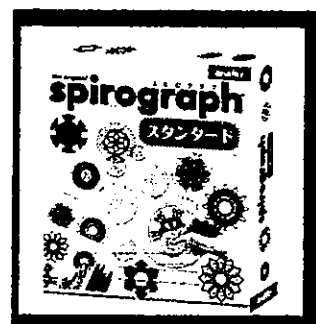


図 7

注目し、サイクロイドの時と同様に計算すると、 Q は $x=(1-r)\cos t+d\cos(1/r-1)t$ $y=(1-r)\sin t-d\sin(1/r-1)t$ と表せる。

この曲線でおもしろい点は、 r をそのまま d を少しだけ変えても曲線は少し変わるだけだが、 d はそのまま r を少し変えるだけで曲線の様子が大きく変わることである。 r を変えるということはギア比を変えるということである。

図 9 と図 10 を比べてみると r を一割変えただけで曲線は全く違ったものになってしまう。

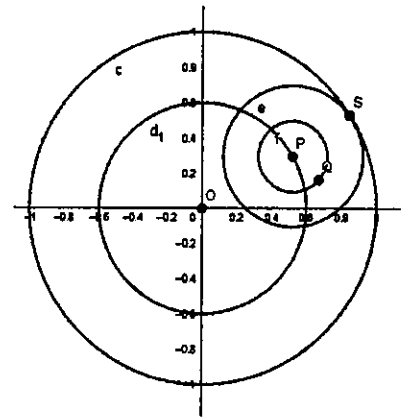
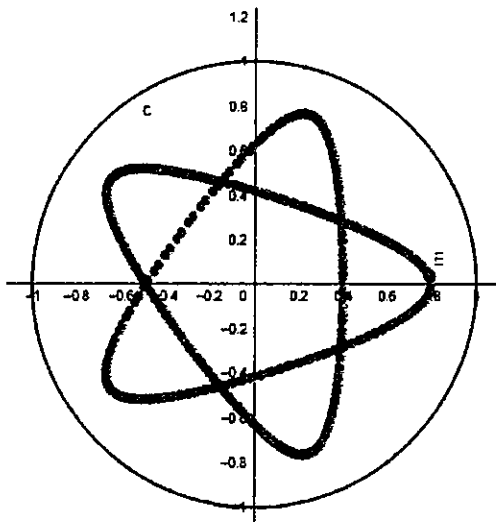
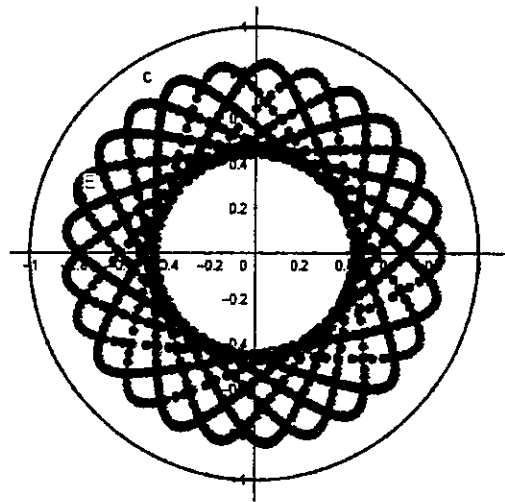


図 8

$d=0.2, r=0.4$



$d=0.2, r=0.36$



なぜこのようなことになるのかというと、ギア比を変えることで周期が大きく変わるからだ。短い周期の場合、短い時間で元の状態に戻るため曲線は短くなる。

しかし長い周期の場合、元の状態を「かすめて」再び離れていき、当分戻ってこない。ようやく本当に戻った時は、通った跡はかなり長い曲線になっている。

5. まとめ

今回は GeoGebra を使い様々な曲線を描くことができた。前よりもうまく使うことができるようになったので、今度は違う単元でもつかっていきたい。曲線は物理でもたくさん出てくることが分かった。今回紹介した曲線についてもっと理解を深めたり、カテナリー曲線やクロソイド曲線など、まだまだ調べたいものがあるので数学を勉強して理解できるようにしたい。

6. 参考文献

関数とはなんだろう 著者 山根英司 講談社出版

三角形の五心と九点円

1年6組 22番 森本 壮思

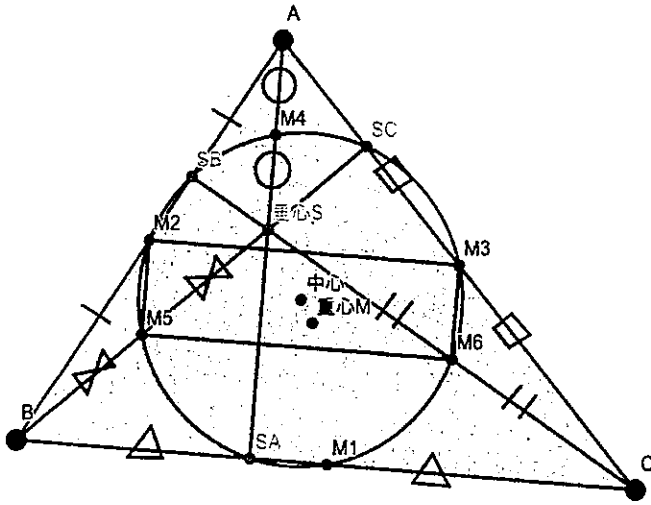
1. はじめに

名前は聞いたことがあっても何のことなのかよくわからない「九点円」や「オイラー線」、「フォイエルバッハの定理」について「GeoGebra」を使ってその関係などを調べる。

2. 内容(後半)・3.結果・考察)

① 九点円

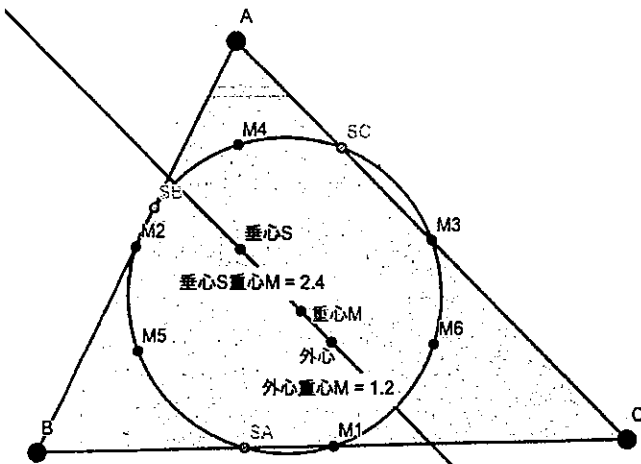
三角形 ABC の垂心と重心をとり、垂線のあしを図のように SA, SB, SC として、AB, BC, CA, 垂心 S と A, 垂心 S と B, 垂心 S と C の中点を M2, M1, M3, M4, M5, M6 とする。



中点連結定理より、 $M_2 M_3 \parallel BC \parallel M_5 M_6$, $M_2 M_5 \parallel AS \parallel M_3 M_6$ 仮定より、 AS と BC は垂直なので四角形 $M_2 M_3 M_4 M_6 M_5$ は長方形で、同一円周上にあるので、 $M_2 M_6$ と $M_5 M_3$ はその円 R の直径となる。
また、角 $MSM_3 = 90^\circ$ より SC も円 R の円周上となる。同様にして SB も R の円周上となる。
よって、 $M_2, M_3, M_6, M_5, SC, SB$ は同一円周上である。
同様にして、 $M_1, M_3, M_5, SA, SB, SC$ も同一円周上である。
ほんでもって、三点 M_3, M_5, SC を通る円は1つしかないの以上記の2つの円は一致する。
これにより、9つの点を通る円が書ける。

② オイラー線

三角形の外心、重心、垂心は同一直線状にあり、垂心 重心 : 外心 重心 = 2 : 1 である。



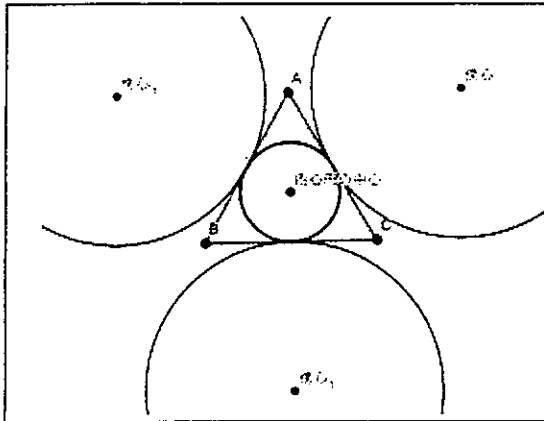
辺 BC の中点を M_1 とおくと、 AS 垂心 S も 外心 M_1 も BC と垂直なので、 $AS \parallel M_1 M_1$
また、外心 $M_1 = R \cos C$ 外心 $M_1 = R \cos A$ であり、垂心の性質から、 $AS = 2R \cos A$ となり、 $AS = 2 M_1 M_1$
よって、 AS と $M_1 M_1$ の交点を M とおくと、三角形 ASM と $M_1 M_1 M$ は相似で相似比は $2:1$ 。
よって 垂心 S : 外心 $M_1 = 2:1$ であり、 M は線分 AS を $2:1$ に内分するので重心であることが分かる。

③フイエルバッハの定理

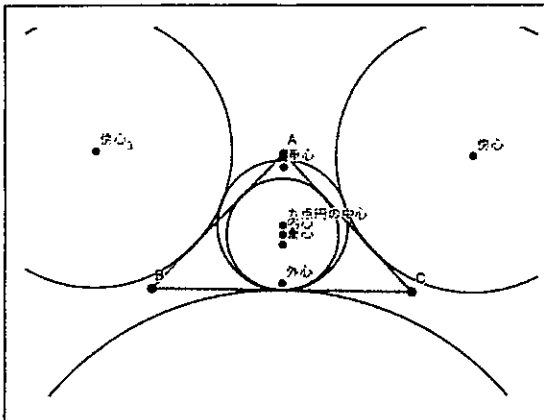
内接円と九点円は内接する。

傍接円と九点円は外接する。

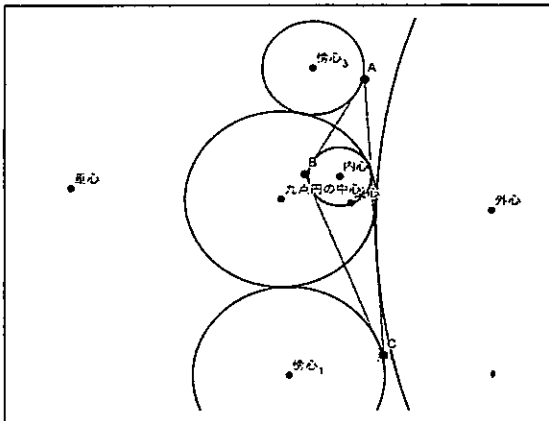
今回は証明は省いて様々な三角形での形の変化をみる。



正三角形の時は、
内心、外心、垂心、九点円の中心の全てが重なる。
また、傍心円の大きさも3つとも等しくなっている。
フイエルバッハの定理が成り立っていることもわかる。



二等辺三角形の時は、
頂点、垂心、九点円の中心、内心、重心、外心が一直線に並んでいる。
オイラー線に加えて内心も並ぶのは、等しい2辺から等しい場所にとるからだと考えられる。
フイエルバッハの定理も成り立っている。



適当な三角形の時は、
オイラー線と、フイエルバッハの定理は成り立つが、内心は特に何も起こっていない。
このように内心は、独特の動きをしている。理由としては、他の点と違い、角の二等分線という角度の大きさによって決まるからだと考えられる。

4.参考文献

「GeoGebra」

「高校数学の美しい物語」

「思考を鍛える数学」

「AKITOの特異点」

小中学校数の関係について

10629 佐藤華余子

はじめに

現在、少子化が進み生徒数が減少し、学級数が少ない学校が増えてきている。また、地域によって小中学校数には大きな差がある。

そこで、小中学校数と主に何の関係しているか調べることにした。

方法

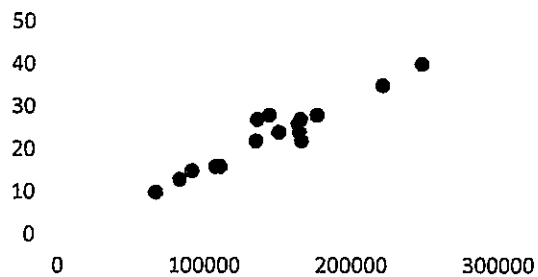
・今回は名古屋市立の公立小中学校にしぼって調べる。(私立の小中学校、高等学校は含めない。)

面積 (km²), 人口, 人口密度, 児童数, 生徒数(人)

	面積	世帯数	人口	人口密度	児童数 (小)	生徒数 (中)	小学校 数	中学校 数	小中合 計
千種	18.18	87,841	165,990	9,130	7,697	2,799	15	7	22
東	7.71	45,091	83,065	10,774	3,439	1,142	9	4	13
北	17.53	79,434	163,495	9,327	6,874	3,347	19	7	26
西	17.93	73,654	150,417	8,389	6,729	3,028	17	7	24
中村	16.3	70,615	134,989	8,282	5,059	2,195	15	7	22
中	9.38	61,726	91,264	9,730	2,180	799	11	4	15
昭和	10.94	57,906	110,613	10,111	4,908	1,760	11	5	16
瑞穂	11.22	50,927	107,624	9,592	5,250	2,073	11	5	16
熱田	8.2	33,324	66,484	8,108	2,663	1,169	7	3	10
中川	32.02	101,075	220,890	6,899	10,787	5,254	24	11	35
港	45.68	63,968	144,009	3,153	7,069	3,741	20	8	28
南	18.46	63,911	135,978	7,366	5,873	2,765	20	7	27
守山	34.01	74,135	176,554	5,191	10,404	4,739	20	8	28
緑	37.91	101,434	247,557	6,530	15,450	7,072	28	12	40
名東	19.45	76,563	165,262	8,497	9,608	4,073	19	8	27
天白	21.58	78,025	164,655	7,630	8,116	3,561	17	7	24
全市	326.50	1,119,629	2,328,846	7,133	112,106	49,517	263	110	373
平均	20.406 25	69,977	145,553	8,044	7,007	3,095	16	7	23

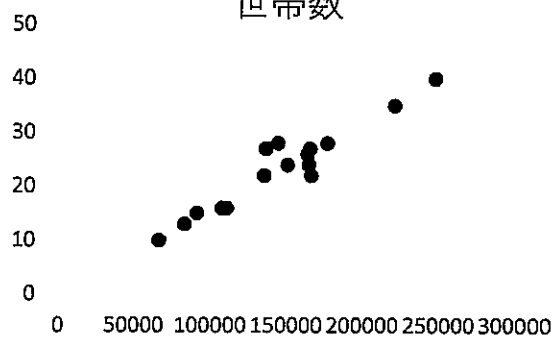
面積、世帯数、人口、人口密度、児童数・生徒数と小中学校数の相関関係について調べる。

面積



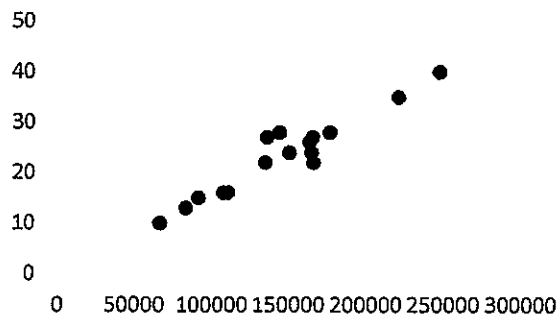
相関係数 0.827

世帯数



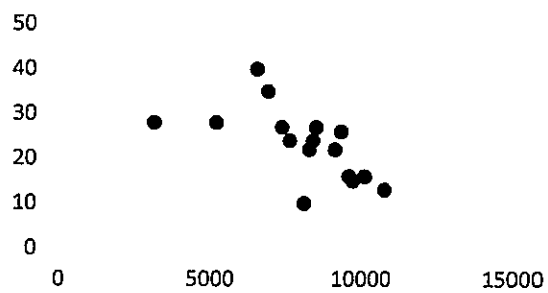
相関係数 0.872

人口



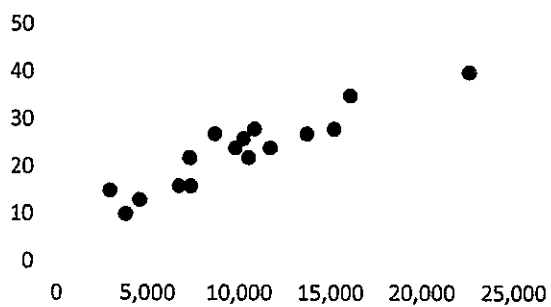
相関係数 0.954

人口密度



相関係数 -0.617

児童数・生徒数



相関係数 0.927

結果・考察

人口と小中学校数の相関関係が一番強い。私立の学校とは違い、公立の小中学校はその地域の子供が通うので、この結果になったのだと思う。

広い＝学校数が多いではなくそこに住んでいる人口によって数が左右されると分かった。人口密度はあまり関係がない。

人口密度が低い地域の子供は学校に通うのが大変だと思う。

参考文献

<https://www.pref.aichi.jp/soshiki/kyoiku-kikaku/31kihon.html>

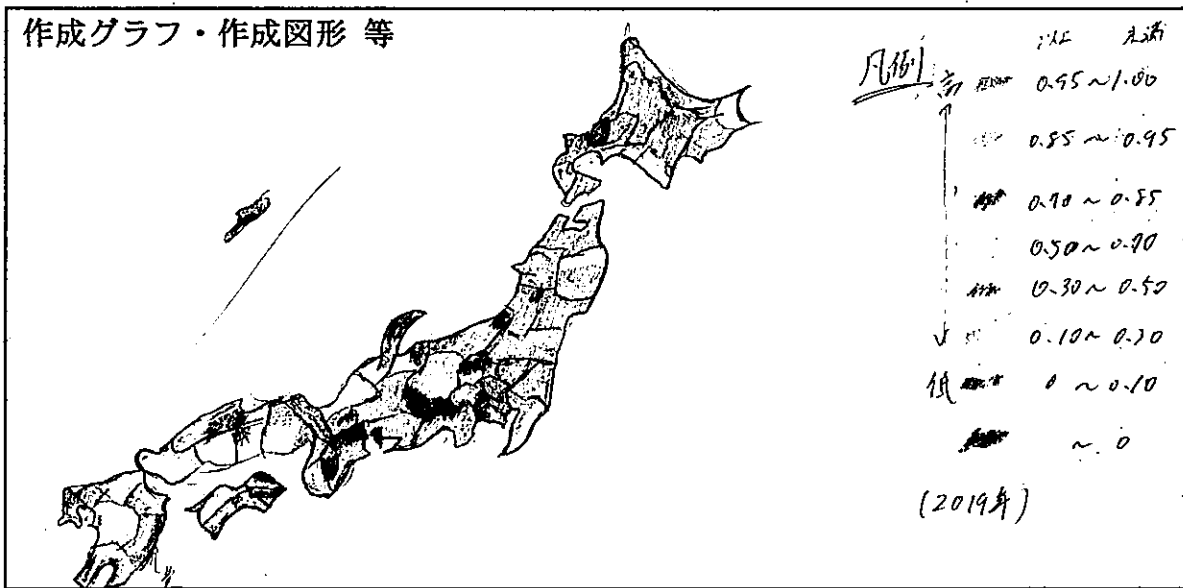
テーマ 降水量相関日本地図

1年7組19番 氏名山田凌久

1. はじめに

情報の授米で各都府県と各都府県との降水量の相関が見られ、遠く地方まで
 温度相関はむしろ逆に冷たい方が、気温と降水量は逆相関と気づかされた。

2. 内容



目的 → 各都府県と国内の各都府県の降水量の相関係数を求め、それを地図に色分けし
 法別を等にする。

方法 → Excelを用いて各都府県と各都府県の相関係数を求め、統計する。
 また、各都府県が1府県として北海道のようないくつかの都府県
 庁府のように臨海部と内陸部に分かれていた都府県も、15府県
 正値相関が得られにくいと気づいたため、その場合は相関係数を調整する。
 求められた相関係数表を別紙参照。

3. 結果・考察

北海道地方、東北地方、北関東レベルの数値同値があり、多少気候と関係があることがわかった。
 各都府県と北関東レベルの数値同値があり、多少気候と関係があることがわかった。
 福井のように入りに相関が小さいと、北関東レベルの数値同値があり、多少気候と関係があることがわかった。
 見られるが、これは主に冬の降水量の相関と関係がある。
 また、地方毎にかなり異なる相関が見られることがわかった。

4. 参考文献

気象庁 | 過去の気象データ検索

2019年
相関係数一覧 (1)

北海道 (14)

- ・札幌 = 0.222484
- ・稚内 = 0.43715
- ・函館 = 0.483802
- ・江差 = 0.438882
- ・倶知会 = -0.41914
- ・岩見沢 = 0.323343
- ・旭川 = 0.415606
- ・羽幌 = 0.114689
- ・苫小牧 = 0.934149
- ・滝川 = 0.900569
- ・帯広 = 0.967405
- ・釧路 = 0.72667
- ・北星 = 0.666081
- ・網走 = 0.648807

青森 (4)

- ・青森 = 0.380381
- ・七戸 = 0.4917
- ・八戸 = 0.962214
- ・深浦 = 0.462934

岩手 (6)

- ・盛岡 = 0.743387
- ・花巻 = 0.679408
- ・山田 = 0.704932
- ・陸前高田 = 0.862162
- ・滝田 = 0.180889
- ・荒巻 = 0.692323

山形 (4)

- ・山形 = 0.891865
- ・高塚 = 0.479575
- ・新庄 = 0.07595
- ・酒田 = 0.015272

宮城 (4)

- ・仙台 = 0.722131
- ・白石 = 0.779563
- ・川渡 = 0.73939
- ・志津川 = 0.810959

新潟 (5)

- ・新潟 = 0.568977
- ・村上 = 0.022642
- ・花田 = 0.111805
- ・高田 = -0.24818
- ・小出 = 0.170865

栃木 (2)

- ・宇都宮 = 0.848098
- ・黒磯 = 0.920109

茨城 (3)

- ・水戸 = 0.701931
- ・つくば = 0.71095
- ・鹿島 = 0.660362

千葉 (3)

- ・千葉 = 0.716236
- ・銚子 = 0.604932
- ・坂田 = 0.641514

○ 神奈川 (2)

- ・ 横浜 = 0.641539
- ・ 小田原 = 0.824196

○ 東京 (1)

- ・ 東京 = 0.741582

○ 埼玉 (2)

- ・ さいたま = 0.788729
- ・ 秩父 = 0.775298

○ 群馬 (2)

- ・ 前橋 = 0.941218
- ・ 高崎 = 0.830513

○ 山梨 (2)

- ・ 甲府 = 0.723869
- ・ 山中 = 0.837069

○ 静岡 (4)

- ・ 浜松 = 0.934364
- ・ 静岡 = 0.87409
- ・ 三島 = 0.849029
- ・ 井川 = 0.964715

○ 長野 (4)

- ・ 長野 = 0.908995
- ・ 松本 = 0.918485
- ・ 飯田 = 0.968955
- ・ 軽井沢 = 0.916763

○ 愛知 (3)

- ・ 名古屋 = 1
- ・ 伊良湖 = 0.907044
- ・ 稲武 = 0.931909

○ 岐阜 (4)

- ・ 岐阜 = 0.922022
- ・ 高山 = 0.90468
- ・ 八幡 = 0.848013
- ・ 中津川 = 0.891111

○ 富山 (2)

- ・ 富山 = 0.581218
- ・ 0.311258

○ 石川 (1)

- ・ 金沢 = 0.526814
- ・ 羽咋 = 0.33838
- ・ 輪島 = -0.04333

○ 福井 (2)

- ・ 福井 = 0.653396
- ・ 敦賀 = 0.497322

○ 京都 (2)

- ・ 京都 = 0.775371
- ・ 舞鶴 = 0.860968

○ 滋賀 (4)

- ・ 大津 = 0.943109
- ・ 彦根 = 0.957897
- ・ 南小松 = 0.916767
- ・ 長浜 = 0.801929

(2)

○ 三重 (4)

- ・ 津 = 0.956119
- ・ 上野 = 0.998504
- ・ 瑞見 = 0.930502
- ・ 尾鷲 = 0.832666

○ 奈良 (3)

- ・ 奈良 = 0.914691
- ・ 吉野 = 0.948691
- ・ 鳳凰 = 0.939684

○ 和歌山 (4)

- ・ 和歌山 = 0.8944
- ・ 龍神 = 0.644494
- ・ 潮岬 = 0.842882
- ・ 川辺 = 0.887177

○ 大阪 (1)

- ・ 大阪 = 0.905278

○ 兵庫 (4)

- ・ 神戸 = 0.869125
- ・ 福崎 = 0.521272
- ・ 豊岡 = 0.442509
- ・ 上郡 = 0.623554

○ 鳥取 (2)

- ・ 鳥取 = 0.620516
- ・ 米子 = 0.458355

○ 島根 (2)

- ・ 松江 = 0.39433
- ・ 浜田 = 0.547442

○ 山口 (3)

- ・ 山口 = 0.583225
- ・ 下関 = 0.590492
- ・ 玖珂 = 0.590285

○ 広島 (3)

- ・ 広島 = 0.621493
- ・ 福山 = 0.666509
- ・ 三次 = 0.689838

○ 岡山 (3)

- ・ 岡山 = 0.656828
- ・ 津山 = 0.623074
- ・ 新見 = 0.76052

○ 香川 (2)

- ・ 高松 = 0.803012
- ・ 財田 = 0.659061

○ 徳島 (4)

- ・ 徳島 = 0.967939
- ・ 木頭 = 0.400034
- ・ 日知佐 = 0.86224
- ・ 池田 = 0.719085

○ 高知 (6)

- ・ 高知 = 0.862362
- ・ 窪川 = 0.903669
- ・ 清水 = 0.819049
- ・ 江川崎 = 0.698114
- ・ 本山 = 0.767299
- ・ 魚梁崎 = 0.593514

◦ 愛媛 (4)

- ・ 松山 : 0.569554
- ・ 瀬戸 : 0.662341
- ・ 桑島 : 0.626821
- ・ 郡中央 : 0.683466

◦ 福岡 (3)

- ・ 福岡 : 0.513394
- ・ 相倉 : 0.518622
- ・ 行橋 : 0.582625

◦ 大分 (4)

- ・ 大分 : 0.568829
- ・ 日田 : 0.752116
- ・ 佐伯 : 0.619944
- ・ 竹田 : 0.493683

◦ 宮崎 (5)

- ・ 宮崎 : 0.606217
- ・ 延岡 : 0.584992
- ・ 都城 : 0.554595
- ・ 串良 : 0.334894
- ・ 高千穂 : 0.386191

◦ 鹿児島 (4)

- ・ 鹿児島 : 0.215921
- ・ 田代 : 0.505389
- ・ 川内 : 0.469317
- ・ 志布志 : 0.581628

◦ 熊本 (3)

- ・ 熊本 : 0.545422
- ・ 南阿蘇 : 0.498819
- ・ 人吉 : 0.538743

◦ 長崎 (2)

- ・ 長崎 : 0.62533
- ・ 平戸 : 0.379399

◦ 佐賀 (2)

- ・ 佐賀 : 0.465893
- ・ 唐津 : 0.383102

◦ 沖縄 (1)

- ・ 那覇 : 0.09601

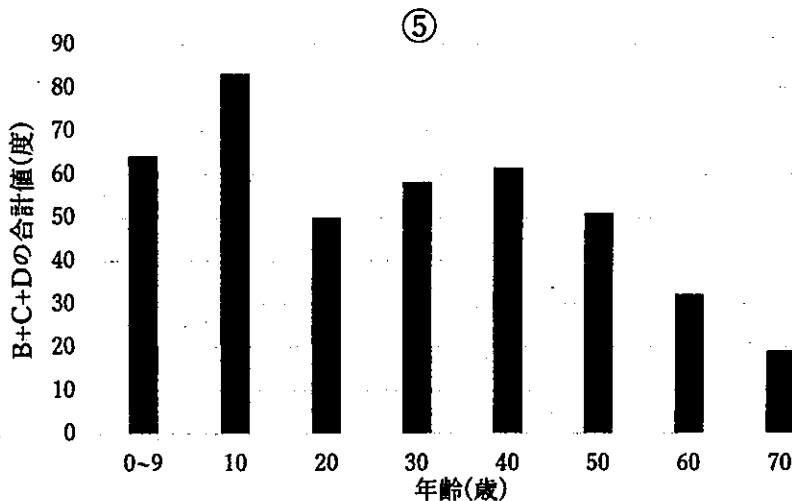
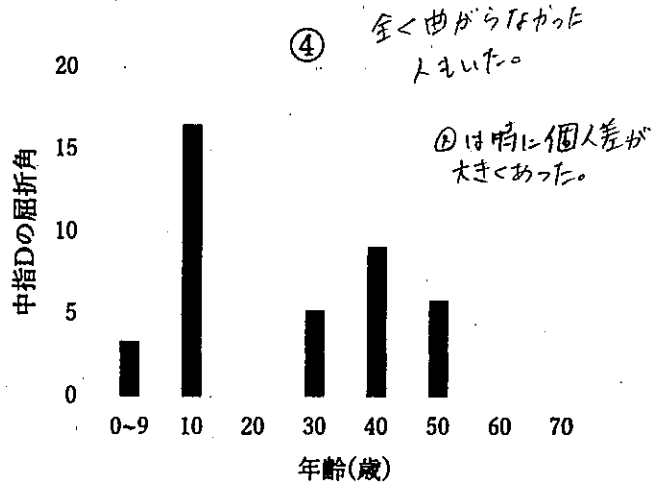
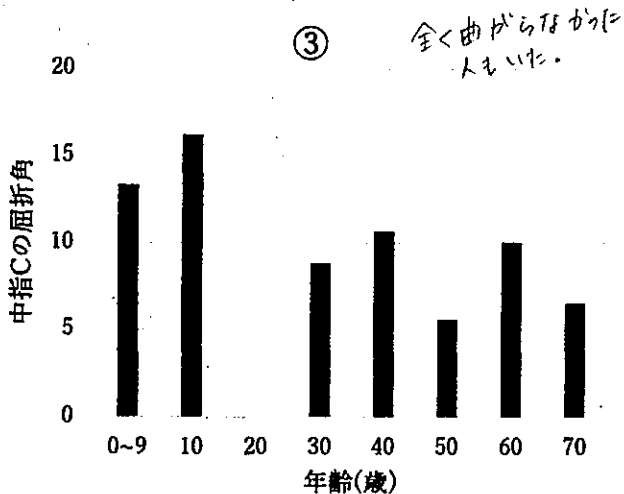
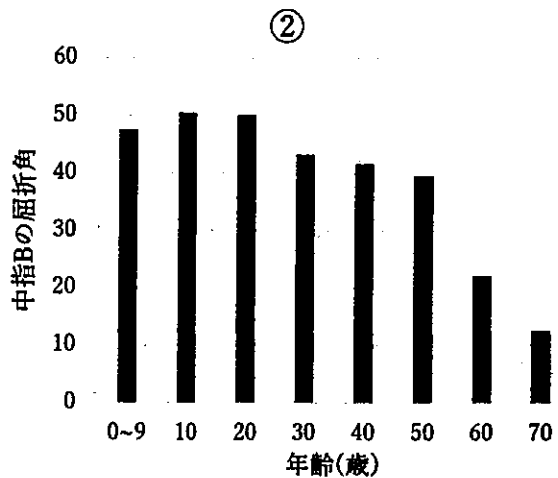
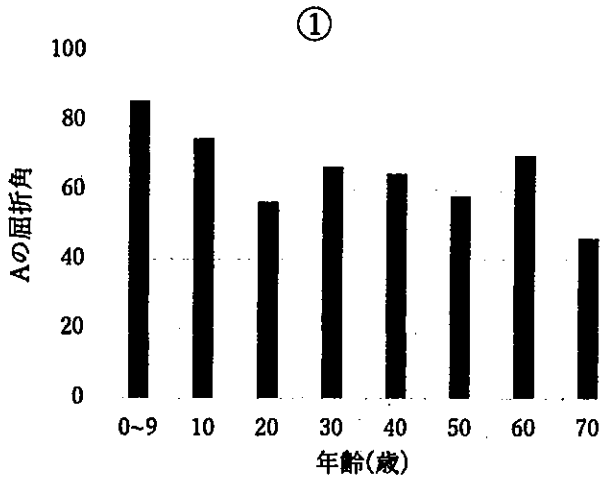
テーマ 人の手の指の関節の曲がり方 ～100人のデータを通して～

1年7組29番 氏名 萩村音羽

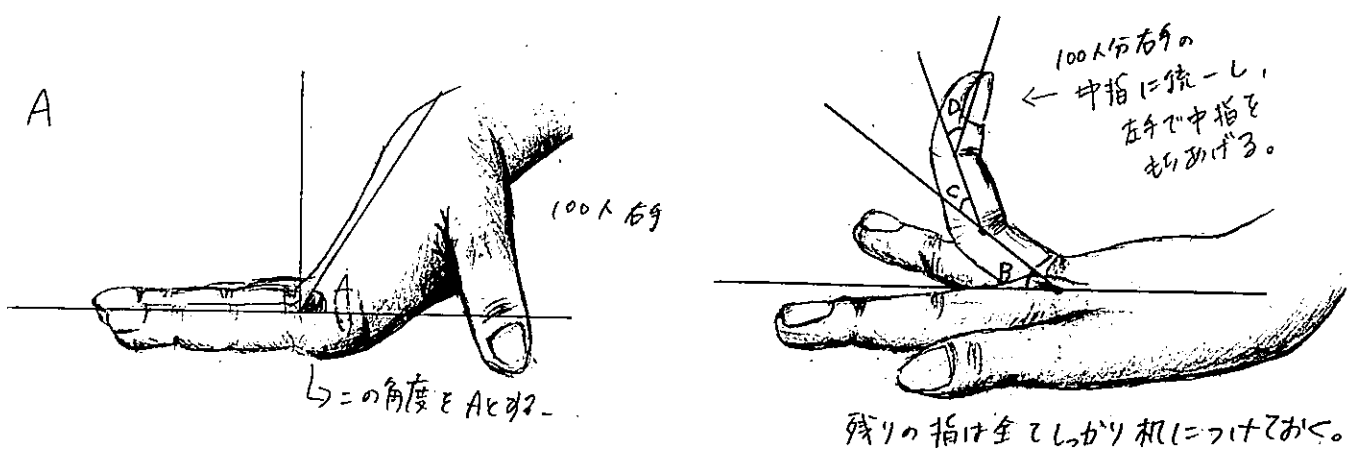
1. はじめに

私は中1だったときの学校の課題研究で指の関節の曲がり方についての研究、そして100人の人の指の曲がる角度のデータをとりました。そのときはEXCELが使えなくて

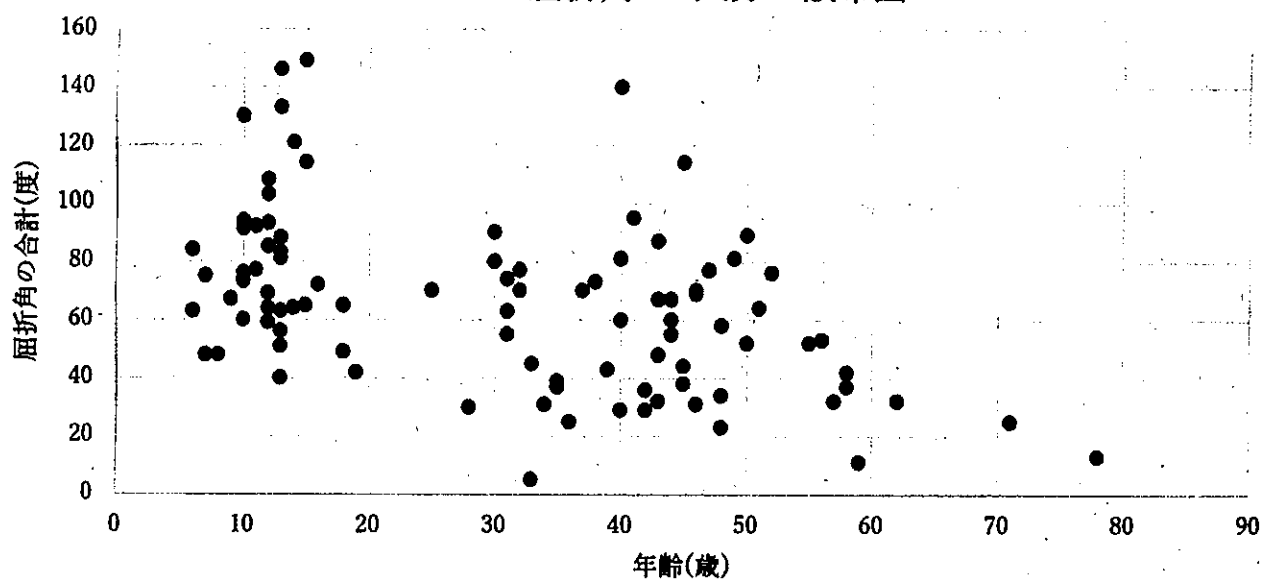
2. 内容 手作りで作ったので今回はEXCELを使ってやってみたいと思います。



- ①A 指のつけ根の屈折角
- ②B 中指のつけ根の屈折角
- ③C 中指の第二関節の屈折角
- ④D 中指の第一関節の屈折角



B+C+Dの屈折角100人分の散布図



	B+C+D	年齢		
分散	840.9651	315.8219	共分散	相関係数
標準偏差	28.9994	17.77138	-242.214	-0.46999

相関係数は-0.46999となった。

データを取った時点で私自身が中学一年生だったこともあり、データを取った人の年齢が13歳付近と親世代の40代にかたまってしまうため、正確なデータが取れているとは言い難いが、自分が過去に行ったものよりも高度なデータの分析を行えたと思う。

相対的に見て、年齢を重ねるごとに指の関節が曲がりにくくなっていると考えて差し支えないと思われる。

しかし、10代でも指の関節が固い人、逆に60代でもやわらかい人もいることもわかる。

指の関節の間には掌側板といわれる関節が曲がることを防ぐストッパーのような役目を果たすものがあるのだが、その厚さやそれを支える腱の強さには人それぞれ個人差があることもわかっている。それによって同年代でも指の屈折角に差が出るのだろう。

前ページの表を見ると、③④は特に年齢が大きく関わっている印象をうけたので、掌側板や腱は第一、二関節に大きな個人差をもたらすのではないかと考えた。

参考文献：特になし(中学の際の研究資料)

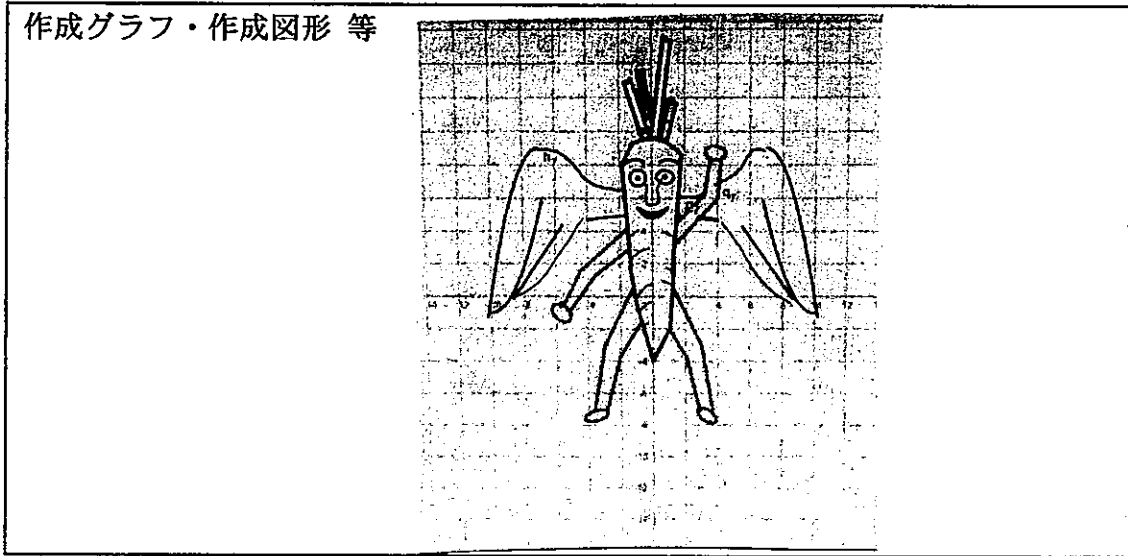
→調べてもよく分かりませんでした。

テーマ 関数を用いたグラフィックアート

1年7組34番 氏名 毛利 幸

1. はじめに 最初はその下のExcelでデータの分析をしていてデータがデータかどこのかへ行きた。初めからやり直したいになり絶望して1=2=3.この中からな(=人じんか)頭をよす(=)この人(=)な(=)人じんを作ることにした。

2. 内容



これは、「1次関数」「二次関数」「三角」のみを使用して作った。どの式もどてそかんたんである。たてはたから、それらしくなるように微調整を重ねた。

二次関数に要域をつけてなんとかそれらしく作ったが $\sin \cos \tan$ や \log などとてちやんと使えばもう少し楽にかつたらしいにできたのかもしれない。

3. 結果・考察

(7)の関数を少し重かかるとかなり多くの関数も調整し直さなくしてならす大変だった。ちやんと保存してファイルを作ったはずなのにデータがなくなっていたことが何度あったことか。私は何本の(=)人じんをほみ出しては関にほくしたることか。いろいろ苦労はあったが何とか完成させることができた。これを作って分かったことは「この(=)人じんや(=)人じん」ということだ。

4. 参考文献 としてこれがセンター試験リスニング問題に登場してまたりなにかリスニング四天王(=)人じん画像 isaoo001.com. したら、私は声を出して笑うたろう。

$$y = -\frac{3}{10}x^2 + \frac{91}{20} \left(0 \leq x \leq \frac{9}{5} \right)$$

$$y = -12x - \frac{72}{5} \left(\frac{37}{20} \leq x \leq -\frac{8}{5} \right)$$

$$y = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{191}{20} \left(-\frac{13}{10} \leq x \leq 0 \right)$$

$$y = 4x^2 - 4 \left(\frac{117}{100} \leq x \leq \frac{177}{100} \right)$$

$$y = x + \frac{22}{5} \left(-\frac{8}{5} \leq x \leq -\frac{13}{10} \right)$$

$$y = -3x + \frac{39}{5} \left(-\frac{34}{20} \leq x \leq -\frac{11}{20} \right)$$

$$y = 8x + \frac{199}{20} \left(-\frac{1}{20} \leq x \leq \frac{91}{100} \right)$$

$$y = -3x + \frac{37}{4} \left(-\frac{127}{100} \leq x \leq -\frac{1}{10} \right)$$

$$y = -\frac{2}{5}x^2 + \frac{25}{2} \left(\frac{117}{100} \leq x \leq \frac{151}{100} \right)$$

$$y = 8x + \frac{31}{5} \left(\frac{41}{100} \leq x \leq \frac{57}{50} \right)$$

$$y = 4x + \frac{15}{2} \left(\frac{12}{25} \leq x \leq \frac{11}{10} \right)$$

$$y = 4x + \frac{29}{5} \left(\frac{9}{10} \leq x \leq \frac{23}{16} \right)$$

$$y = -\frac{3}{5}x + 16 \left(\frac{4}{5} \leq x \leq \frac{6}{5} \right)$$

$$y = \frac{5}{7}x^2 + \frac{24}{5} \left(-\frac{9}{10} \leq x \leq \frac{9}{10} \right)$$

$$y = 2x + \frac{117}{10} \left(-\frac{19}{10} \leq x \leq -\frac{6}{5} \right)$$

$$y = \frac{5}{13}x^2 + \frac{51}{10} \left(-\frac{9}{10} \leq x \leq \frac{9}{10} \right)$$

$$y = -6x + \frac{41}{5} \left(-\frac{9}{10} \leq x \leq -\frac{2}{5} \right)$$

$$y = -6x + \frac{41}{5} \left(-\frac{9}{10} \leq x \leq -\frac{2}{5} \right)$$

$$y = -6x + \frac{21}{2} \left(-\frac{13}{25} \leq x \leq 0 \right)$$

$$y = \frac{1}{100}x + \frac{68}{5} \left(-\frac{9}{10} \leq x \leq -\frac{5}{11} \right)$$

$$y = \frac{29}{33}x + \frac{11}{2} \left(-\frac{9}{2} \leq x \leq -\frac{8}{5} \right)$$

$$y = \frac{25}{33}x + 4 \left(-\frac{7}{2} \leq x \leq -\frac{8}{5} \right)$$

$$y = 2x + \frac{21}{2} \left(-\frac{11}{2} \leq x \leq -\frac{9}{2} \right)$$

$$y = \frac{4}{2}x + 6 \left(-\frac{26}{5} \leq x \leq -\frac{7}{2} \right)$$

$$y = x + 3 \left(\frac{39}{25} \leq x \leq \frac{16}{5} \right)$$

$$y = \frac{31}{29}x + \frac{17}{10} \left(\frac{3}{2} \leq x \leq 4 \right)$$

$$y = 6x - 13 \left(\frac{16}{5} \leq x \leq \frac{171}{20} \right)$$

$$y = 10x - 34 \left(9 \leq x \leq \frac{923}{100} \right)$$

$$y = \frac{5}{3}x - \frac{1}{3} \left(-2 \leq x \leq -\frac{4}{5} \right)$$

$$y = 6x + 15 \left(-\frac{37}{10} \leq x \leq -3 \right)$$

$$y = 4x + \frac{9}{2} \left(-\frac{29}{10} \leq x \leq -\frac{41}{20} \right)$$

$$y = 2x - 4 \left(0 \leq x \leq \frac{21}{20} \right)$$

$$y = 15x - \frac{88}{5} \left(\frac{21}{20} \leq x \leq \frac{33}{25} \right)$$

$$y = -\frac{5}{3}x - \frac{1}{3} \left(1 \leq x \leq 2 \right)$$

$$y = -6x + 15 \left(3 \leq x \leq \frac{37}{10} \right)$$

$$y = -4x + \frac{9}{2} \left(\frac{41}{20} \leq x \leq \frac{29}{10} \right)$$

$$y = -\frac{19}{100}x^2 + 1 \left(\frac{3}{5} \leq x \leq \frac{6}{5} \right)$$

$$y = -2x + 3 \left(\frac{6}{5} \leq x \leq 3 \right)$$

$$y = -\frac{19}{100}x^2 + \frac{19}{10} \left(\frac{4}{5} \leq x \leq \frac{13}{10} \right)$$

$$y = -\frac{2}{5}x^2 + \frac{22}{5} \left(-\frac{3}{2} \leq x \leq -\frac{9}{10} \right)$$

$$y = -\frac{19}{100}x^2 + 4 \left(\frac{59}{100} \leq x \leq \frac{13}{10} \right)$$

$$y = -\frac{2}{5}x^2 + 3 \left(\frac{13}{10} \leq x \leq -\frac{1}{5} \right)$$

$$y = -\frac{9}{10}x^2 + \frac{9}{5} \left(-1 \leq x \leq 0 \right)$$

$$y = -\frac{1}{50}x^2 + 5 \left(\frac{8}{5} \leq x \leq \frac{37}{20} \right)$$

$$y = -\frac{1}{50}x^2 + 5 \left(\frac{29}{10} \leq x \leq 4 \right)$$

$$y = -\frac{1}{50}x^2 + 5 \left(-4 \leq x \leq -\frac{9}{5} \right)$$

$$y = -\frac{7}{2}x - 4 \left(-1 \leq x \leq 0 \right)$$

$$y = -\frac{9}{10}x^2 - \frac{16}{5} \left(-\frac{1}{5} \leq x \leq \frac{1}{20} \right)$$

$$y = -\frac{2}{5}x^2 - \frac{8}{5} \left(-\frac{2}{3} \leq x \leq -\frac{3}{10} \right)$$

$$y = -\frac{57}{10}x - \frac{26}{5} \left(-\frac{7}{5} \leq x \leq -1 \right)$$

$$y = -\frac{9}{10}x^2 - \frac{3}{10} \left(-\frac{5}{6} \leq x \leq -\frac{97}{1000} \right)$$

$$y = 2x + 3 \left(-3 \leq x \leq -\frac{6}{5} \right)$$

$$y = \frac{2}{3}(x+10)^2 - 1 \left(-10 \leq x \leq -\frac{34}{5} \right)$$

$$y = -x^2 - 14x - 40 \left(-\frac{51}{5} \leq x \leq -7 \right)$$

$$y = \frac{2}{3}(x-10)^2 - 1 \left(\frac{34}{5} \leq x \leq 10 \right)$$

$$y = -x^2 + 14x - 40 \left(7 \leq x \leq \frac{51}{5} \right)$$

$$y = -2x^2 - 14x - 54 \left(-7 \leq x \leq -5 \right)$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 7.8 \left(-1.7 \leq x \leq -\frac{1}{2} \right)$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 7.8 \left(\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{17}{10} \right)$$

高速で π を求値することに Try

～モンテカルロ法・ピュッホンの針のコンピュータによるシミュレーション～

1年8組10番 吳 春明

1. はじめに

人々は今まで、さまざまな方法を用いて π (円周率)を求値してきた。モンテカルロ法や、ピュッホンの針がその代
表格と言えるだろう。それは π を求値することにあたりとても有効な方法だが、アナログ上では時間がかかることが難
点と言える。しかし、それをコンピュータで実践すれば、ハイ・スピードで π を求めることができるのではないかと私は
思った。今回は、HSP というプログラミング言語を用いて、 π を求めてみる。

○HSP(Hot Soup Processor)・・・日本で開発された、「誰でも手軽に使うことのできるスクリプト言語システム」。

Windows 上などで作動。初心者でもプログラムを比較的簡単に作るができると思う(筆者)。

2. 内容

作業環境・・・Windows 10 Home / HSP ver 3.4

①モンテカルロ法

```
1 screen 0, 500, 500 ; 画面表示
2 randomize ; 乱数の初期化
3 z=2000
4 circle 0, 0, 500, 500, 0 ; 円の描写
5 repeat z
6     a=0 } 変数定義
7     b=0 }
8     a=rnd(500) } 乱数発生
9     b=rnd(500) }
10    if sqrt((250-a)*(250-a)+(250-b)*(250-b))<=250 : c=c+1 ; 中心との距離が半径以下のものを求める (数II)
11
12    pset a, b ; 点の描写
13
14    loop
15
16 pos 0, 0 } 結果文字列の表示
17 mes ""+z+"個のうち"+c+"個が円内です"
18
19 stop
```

10 行目 数学Ⅱ(SS 数学 S) 2点間の距離

2点間の距離

2点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 間の距離は

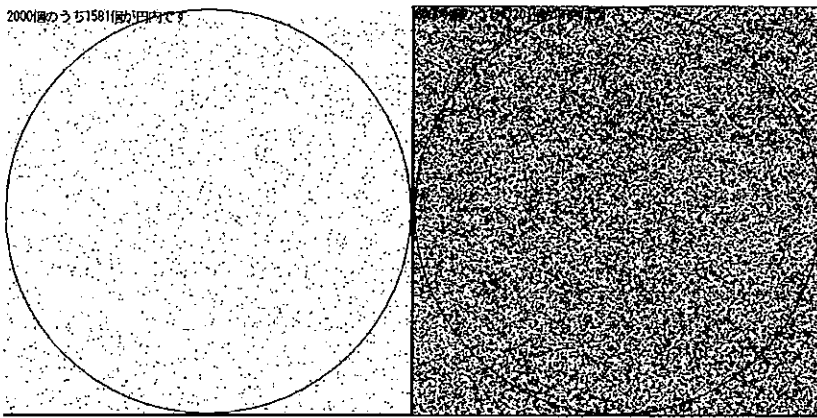
$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

とくに、原点 O と点 $P(x, y)$ の距離は $OP = \sqrt{x^2 + y^2}$

(教科書より)

を用いて、中心との距離を求めることで、円内か判定する。

実行結果(左は 2000 回、右は 60000 回実施)



これを用いると、2000 の点のうち、20 回試行した結果、1574 の点が平均して円内に含まれていた。

$$1574 / 2000 = 0.787$$

これは直径 1 の円の面積に近似している。

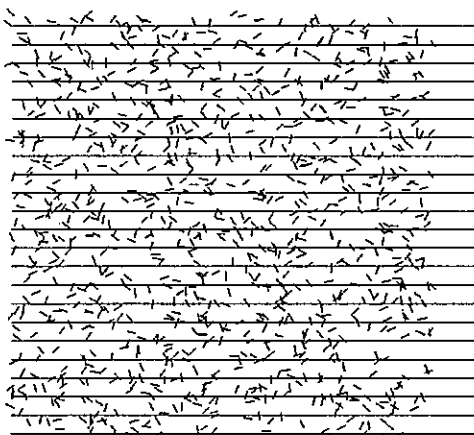
$$0.5 \times 0.5 \times \pi \approx 0.785$$

よってモンテカルロ法が成功したといえるだろう。

②ピュッホンの針

円の面積を求めるのにピュッホンの針を用いてみる。(長いため、スクリプトは省略する)

405



左は、ピュッホンの針を1000回してみた結果である。

長さが線の間隔の2分の1に設定されているため、(この研究の目的ではないため証明は省略するが)、1000 ÷ 405 がπに近似するはずである。(405回 線に触れた)

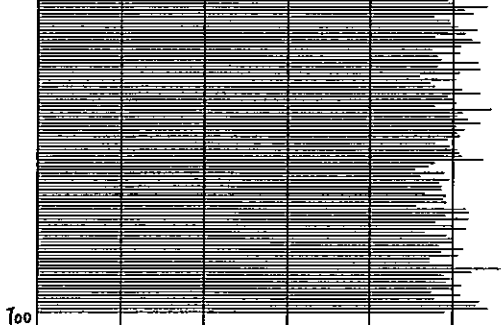
しかし、結果は平均 2.4 程度である。なぜだろう。

(触れた回数 ÷ 針の数)

(1) 乱数のコンピュータの精度が低い

(2) 固定小数を整数にするときに生じた誤差

1 100 200 300 400 500 (回)



左の図は、1~100までの乱数を、10000回生じさせたときのば

らつきを示している。見る限り、やはり乱数に多少の差はある。

また、このプログラムは、arctan から sin と cos を逆算し、その sin と cos(固定小数)を整数にする(emint 命令を用いている)ことをしている。

そのとき、小数がばつさりカットされるため、誤差が生じているのではない

だろうか。(arctan には乱数を用いている)

追記) ピュッホンの針では現実として重力的に中央に針が傾くが、コンピュータ上ではそれを再現していないため、誤差が生じたとも思われる。

3. 結果・考察

モンテカルロ法にせよ、ピュッホンの針にせよ、実践するのは大変だった。しかし、モンテカルロ法の方は、だいぶ正確

な値が求められた。今回は時間がなかったが、これをもっと向上させれば、πがさらに高速で正確に求まるだろう。

4. 参考文献 「はじめてのプログラミング HSP3.4+3Dish 超入門」 ピュッホンの針についての Web サイト ほか

サーブのすすめ

108 24 伊藤 優里

I. 研究の背景と目的

私は、中学校と高校でソフトテニス部に所属している。中学校の時に、サーブは、一直線ではなく、円を描く軌道でないと入らないと教えていただいた。それが本当に、正しいものなのを証明していく。

II. 調査方法

GeoGebra を用いてグラフを作り、確かめる

III. 研究内容

1. ソフトテニスの基本知識

サーブ (サービス) : ポイントの最初にボールを打ち込む行為。

スイートスポット : ボールを打つのに最適な場所。ラケットの中心。

コート規格 : 右図の通り。

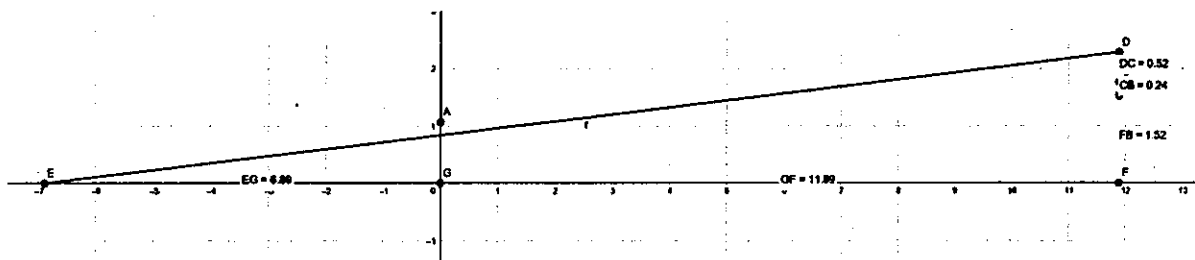
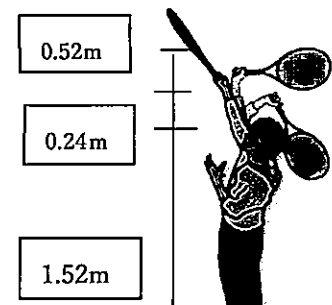
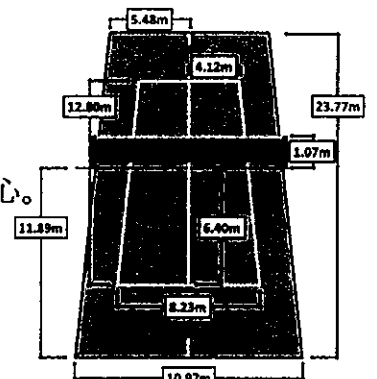
2. 検証

(1) ファーストサーブ是一直線に入るのか

① 私が一直線のサーブを打った場合

FB を 1.52m (自分の身長)、CB を右図の 0.24m、CD をラケットのグリップエンドからスイートスポットまでの距離 0.52m とする。

AG をネットの高さ、FD を自陣コートの縦の長さ、GF をサービスコートの縦の長さとする。

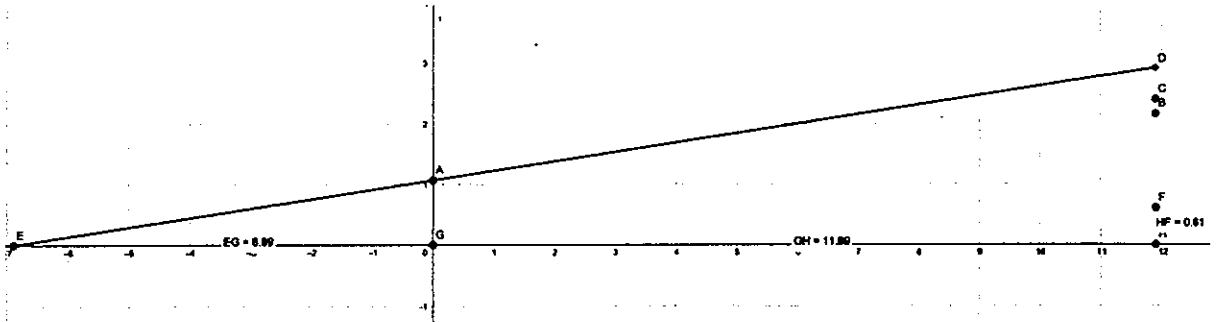


上の図から、身長 1.52m の人が一直線のサーブを打つと、ネットにかかってしまうことが分かる。

② どのくらいジャンプすれば、一直線のサーブが入るのか

サーブには、ジャンプサーブという種類があり、より高い打点で打つことが

できる。何cm跳ぶ必要があるのだろうか。



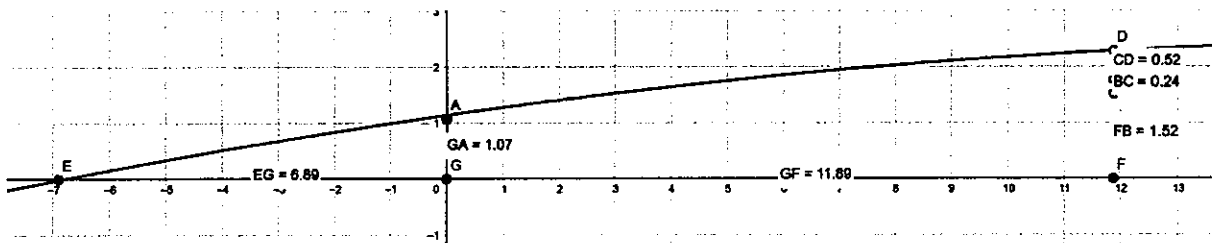
記号は①と同じである。

上の図から、0.61m 跳ぶと一直線のサーブが入ることが分かった。

③ 低い軌道のサーブを打つ

②から、私が1直線のサーブを打つには、0.61m ジャンプする必要があると分かった。しかし、0.61m を跳び、サーブを打つのは難しい。フラットサーブをできるだけ低い軌道で入れるには、どのくらいを目指せばよいのだろうか。

A,E,D の三点を通る放物線を求めた。



記号は①、②と同じである。

この放物線の頂点は、サーバーよりも後方にあることが分かった。

IV. まとめ

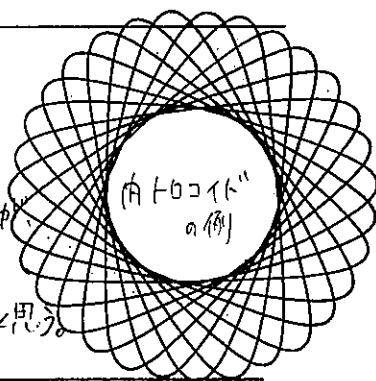
フラットサーブを低い軌道で入れたいとき、ボールを打ちあげる必要がないと分かった。相手に打ち込まれないサーブを打てるようにしたい。

V. 参考資料・画像引用

ソフトテニス連盟 ハンドブック

<https://ouenpapa.com/about-softtennis/softtennis-court>

<https://ryoji.site/tennis-kabeuchi-that-you-want-to-consciousness/>



1. はじめに

私は最初、トロコイドについて調べようと思っていた。しかしある友達から、リサーチ②の図形に似ていると教えてくれた。その聞き慣れない図形について調べようと思った。式を教えたので、自分で規則性を考えようと思った。

2. 内容

作成グラフ・作成図形等 $(\cos(ax), \sin(bx))$ の $a, b = 0 \sim 5$ を代入
 円周角 2π に分類

曲線の始点終点の位置で分類								閉						
								開						
開								閉						
A	B	C	D	E	F	G	H	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
□	□	□	□	□	□	□	他	円形	∞	∞	∞	∞	複雑	他
1回目 a, b 両方整数を代入 (0,0) ~ (5,5) ①②③④⑤⑥ AB 1 = 命付けられず		2回目 小数を代入 步幅は 0.5 刻み 0.5 1.5 2.5 3.5 4.5 を追加。 形の種類の増加		3回目 0.1 ~ 7.7 0.1 刻み 曲線の稠密度を を観察。		4回目 0.5 0.1 0.05 0.01 0.005 を追加。 (a は 7 個固定、b は 小数代入)		5回目 その他 a, b に 7.7 を代入。						

3. 円周角わけをして結果考察

- ・曲線が閉じているものと開いているものがある。
- ・閉じている円周角は a, b の比が 奇数: 整数のものである。
- ・同じ比は同じ曲線になる。(7以上)
- ・1未満を百分率と見て取る。その比の形の $\square\%$ を表示される。
- ・比に小数を含む場合は、 a が奇数ならば $\square(C)$ $\square(D)$ 、偶数は $\square(F)$ $\square(G)$ 、小数は $\square(E)$ となる。

3. ~~結果考察~~

<リサーチ②図形とは>

互いに直行する二つの単振動を順序対として得られる点の軌道が描く平面図形の二つ。(中略)
 それぞれの振動の振幅、振動数、初期位相の違いによって、79 種類の曲線が描かれる。
 振動数の比が無理数の場合には閉曲線にはならず、軌道は有限の平行四辺形領域を
 稠密に埋める。

<例> $|a-b|=7$ かつ $\delta = \frac{\pi}{2}$ 、奇数 a 、偶数 b のとき

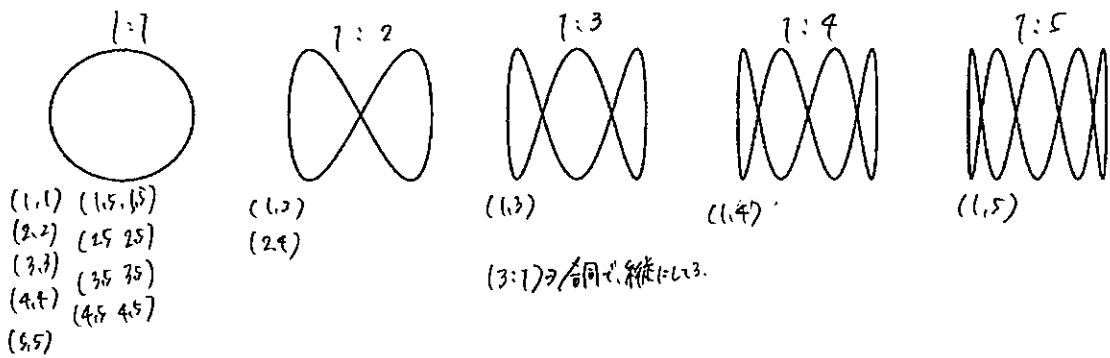
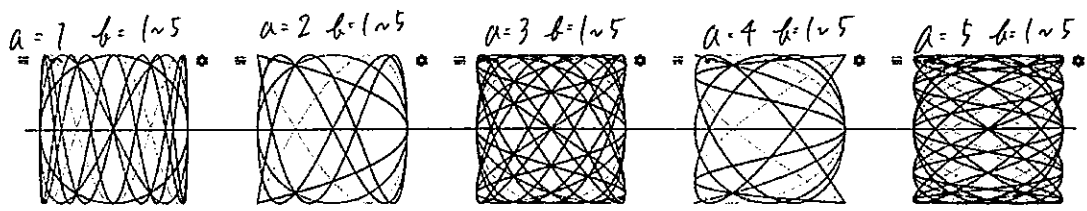
$\square(C)$ ($a=1, b=2$) $\square(D)$ ($a=2, b=3$)

4. 参考文献

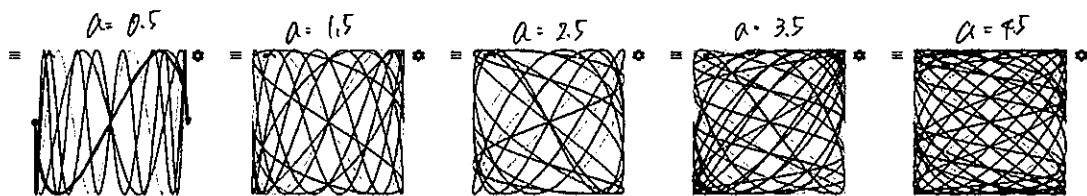
- ・Wikipedia
「リサーチ②図形」
- ・YouTube
「リサーチ②図形」

「リサーチ②図形」が描くのはリサーチ②図形になっているという。
 思い出してみると、9.0 科学館にある、振子に砂を入れて軌道を見せよう、
 リサーチ②図形のようなものが描けていた。

1回目 $b \Rightarrow$ 赤=1 橙=2 黄=3 緑=4 青=5



2回目 $b \Rightarrow$ 赤=1 橙=2 黄=3 緑=4 青=5



○ 全779+13=1000
 (座標は (1,0) と (-1,0))
 ○ 点対称 (点は (0,0))
 ○ (0.5, 1) \leftarrow 1:2



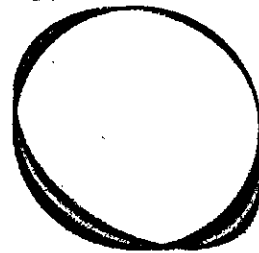
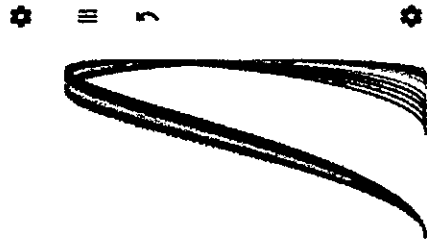
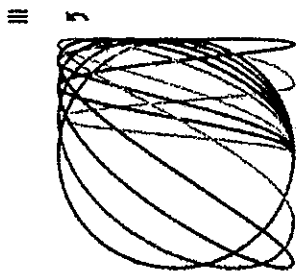
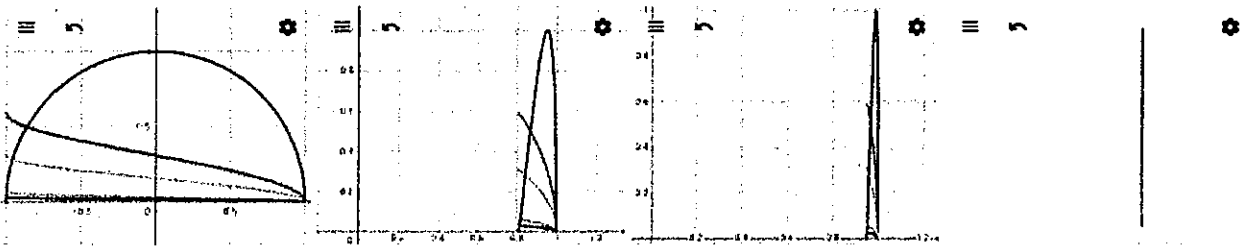
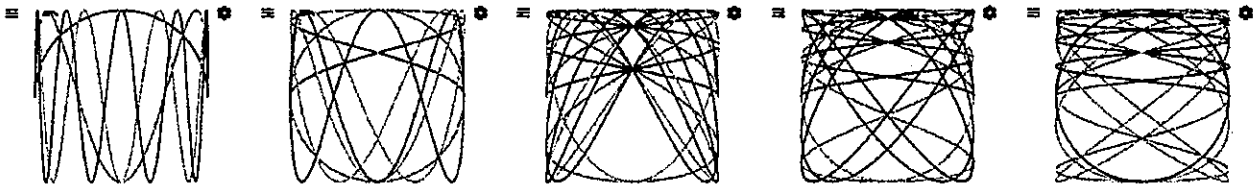
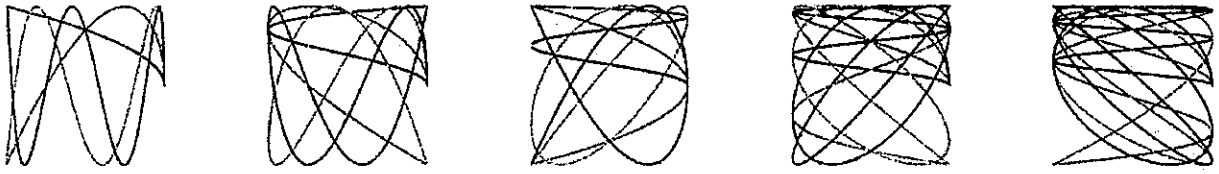
(1,1) (2,2) (1.5, 1.5) \rightarrow 1:1 775776 何円? \rightarrow
 (0.75, 0.75) \rightarrow $\frac{3}{4}$ 円 (x軸とy軸は 接して117=)

(0.5, 0.5) \rightarrow 半円 (x軸は接して117=)

(0.1, 0.1) 印刷して1172117
 770) π 角度を測れば
 $360^\circ \times \frac{1}{10} = 36^\circ$
 \rightarrow $\frac{1}{10}$ の円

\hookrightarrow 三角関数の sin 円, cos 円 $77=11 \dots \rightarrow$

追加実験
 (-0.25, -0.25) (-0.5, -0.5)



日本の家紋「三つ巴」

1年8組38番 水口 野乃花

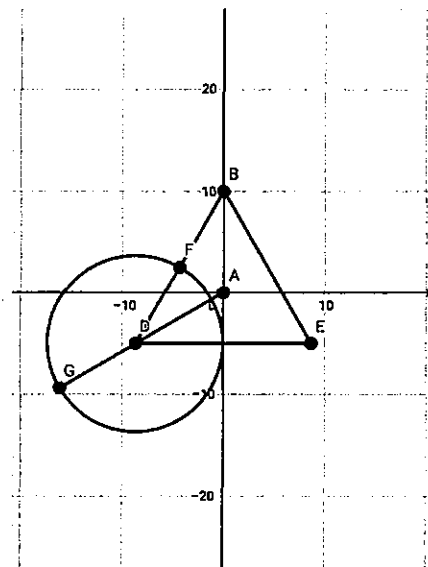
1.研究動機

私の好きな「デザインあ」という番組では、円を使って日本の伝統的な家紋を描くコーナーがあり、そこから家紋に興味を持ったので、数学ソフトウェアの GeoGebra の関数アプリを使って家紋を作図しようと考えた。

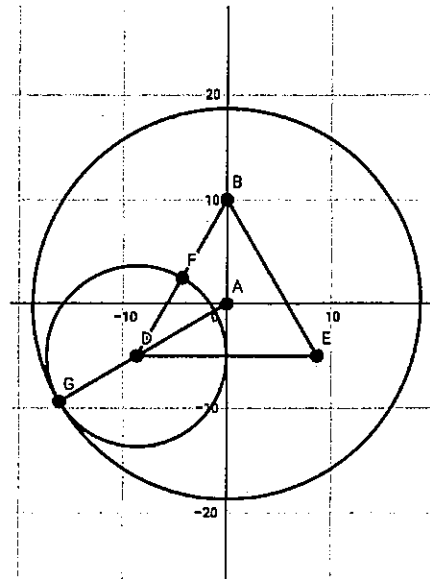
2.作図

インターネットで作図方法を調べ、「三つ巴」を描く。

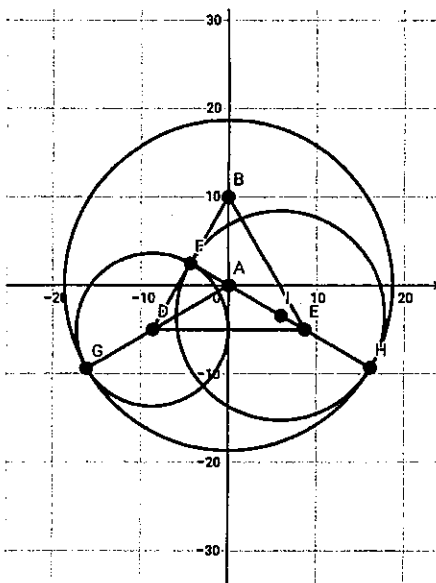
- ① 正三角形を置き、1つの頂点 (B 点) を中心として小さい円を描く。



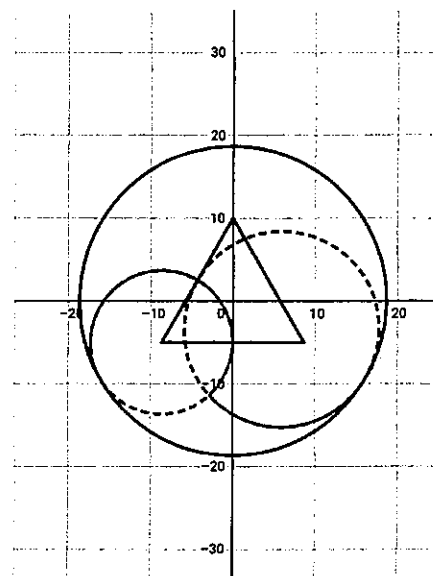
- ② 三角形の内心 A (垂心・外心) を起点に小さい円に外接する円を描く。



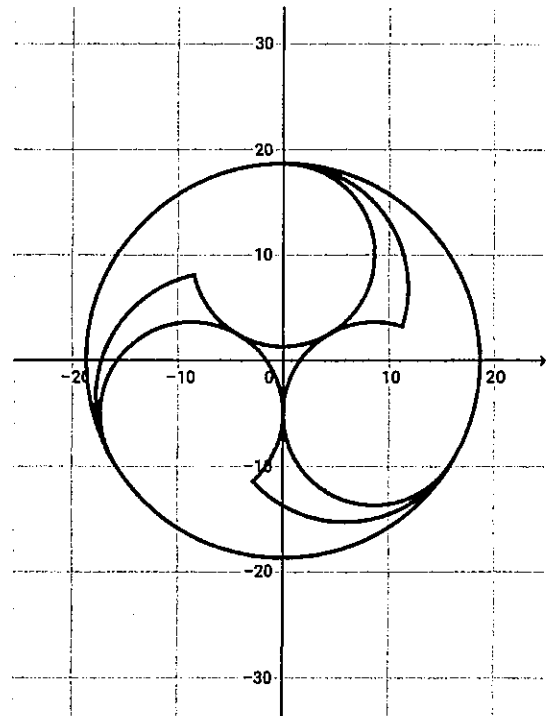
- ③ 三角形と小さい円の交点 (F 点) と三角形の頂点 (E 点) を結んだ半直線 FE と大きい円の交点を H とし、線分 EH を直径とする中くらいの円を描く。



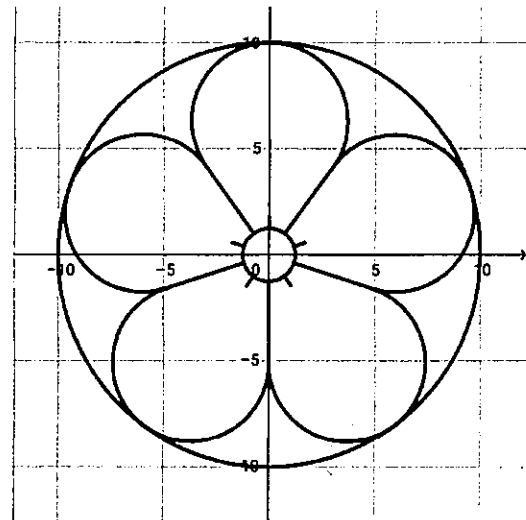
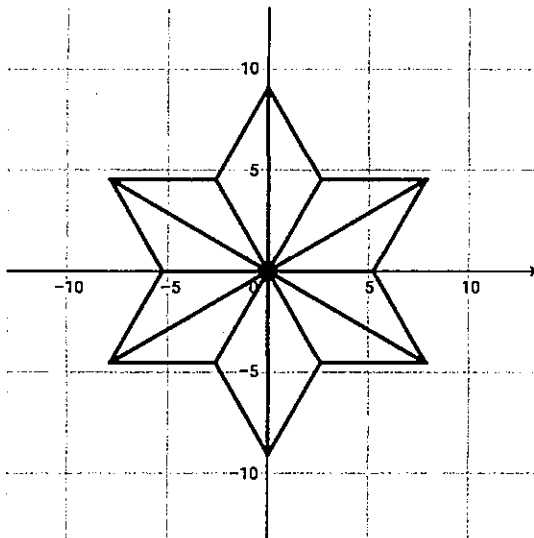
- ④ 不要な線 (点線) を消すと、巴の完成!



⑤ ①～④を3回行くと、「三つ巴」が完成する！！



他にも、麻の葉（左図）や梅（右図）なども作成してみた。



3. 感想

三つ巴や麻の葉、片喰などの「3つ割り」または「6つ割り」と呼ばれる配置の仕方は、比較的簡単に描くことができたが、梅の花や桜に使われる「5つ割り」は角度を指定する必要があったので、手間がかかった。円を平行移動することができず、違い鷹の羽や四つ唐の葉といった、円をたくさん使う紋を描けなかったので、また違う数学ソフトを使って挑戦してみたい。

平成31年度(令和元年度)指定スーパーサイエンスハイスクール
SS数学S課題研究

発行日 令和2年3月4日

発行者 愛知県立旭丘高等学校

〒461-0032愛知県名古屋市東区出来町三丁目6番15号

電話 052-721-5351 FAX 052-723-6825

URL <http://www.asahigaoka-h.aichi-c.ed.jp/>